

Věta 1 (o implicitní funkci). *Nechť $U \subset \mathbb{R}^{d+m}$ je otevřená, $F : U \rightarrow \mathbb{R}^m$, $k \in \mathbb{N}$, $F \in C^k(U)$, $(a, b) \in U$ ($a \in \mathbb{R}^d$, $b \in \mathbb{R}^m$). Předpokládejme, že $F(a, b) = 0$. Označme*

$$J_X = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(a, b) & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_d}(a, b) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_1}(a, b) & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_d}(a, b) \end{pmatrix} \quad a \quad J_U = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{d+1}}(a, b) & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_{d+m}}(a, b) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_{d+1}}(a, b) & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_{d+m}}(a, b) \end{pmatrix}.$$

a $M = \{(x, u) \in U : F(x, u) = 0\}$ a předpokládejme, že platí

1. $(a, b) \in M$,
2. $\det(J_U) \neq 0$.

Potom existují $\delta, \Delta > 0$ taková, že pro každé $x \in U(a, \delta)$ existuje právě jedno $u_x \in U(b, \Delta)$ takové, že $(x, u_x) \in M$. Navíc, označíme-li jako φ zobrazení přiřazující bodu $x \in U(a, \delta)$ bod u_x jako výše, je toto zobrazení $C^k(U(a, \delta))$ a platí

$$J_\varphi(a) = -J_U^{-1} J_X.$$