

## KLASICKÁ PRAVDĚPODOBNOST

## 1. CVIČENÍ

- 
1. Házíme čtyřmi šestistěnnými hracími kostkami. Určete, jaká je pravděpodobnost, že
    - (a) padnou čtyři různá čísla,
    - (b) padnou pouze lichá čísla,
    - (c) součet čísel na všech kostkách dohromady bude roven 6,
    - (d) součet čísel bude větší než 5,
    - (e) padne alespoň jedna šestka.
  2. V base zbývá 6 lahví vašeho oblíbeného piva a k tomu 4 lahve nealkoholického piva pro řidiče. Náhodně vyberete 3 lahve. Určete, s jakou pravděpodobností
    - (a) jsou právě dvě vybraná piva nealkoholická,
    - (b) je alespoň jedno vybrané pivo nealkoholické.
  3. Uvažujme  $n$  různých dopisů a  $n$  různých obálek (s již nadepsanou adresou). Zmatená sekretářka umístí dopisy do obálek zcela náhodně.
    - (a) Jaká je pravděpodobnost, že je alespoň jeden dopis ve správné obálce?
    - (b ★) Spočítejte limitu této pravděpodobnosti pro  $n \rightarrow \infty$  a zjistěte, jak se tato limita liší od přesného výsledku pro  $n = 5$  a  $n = 10$ .
  4. Na cvičení z Pravděpodobnosti a statistiky se  $r$  studentů rozděluje do  $n$  paralelek cvičení. Předpokládejme, že každý student si vybírá skupinu náhodně a že počet studentů ve skupinách je neomezený.
    - (a) Určete pravděpodobnost, že na úterní cvičení v 10:40 přijde právě  $k$  studentů.
    - (b) Jaká je pravděpodobnost, že na každém cvičení bude alespoň jeden student?
    - (c ★) Spočítejte limitu pravděpodobnosti z bodu (a) pro  $n \rightarrow \infty$ ,  $r \rightarrow \infty$  tak, že  $r/n \rightarrow \lambda > 0$ .
  5. Babička rozděluje  $r$  tisícikorun do  $n$  obálek pro svých  $n$  vnoučat k Vánocům. Peníze rozmístí náhodně (všechna rozmístění jsou stejně pravděpodobná).
    - (a) Určete pravděpodobnost, že vnuk Karel dostane právě  $k$  tisícikorun.
    - (b) Určete pravděpodobnost, že každé vnouče dostane alespoň nějaké peníze.
    - (c ★) Spočítejte limitu pravděpodobnosti z bodu (a) pro  $n \rightarrow \infty$ ,  $r \rightarrow \infty$  tak, že  $r/n \rightarrow \lambda > 0$ .
  6. Na svazku máme  $n$  různých klíčů a pokoušíme se odemknout zámek. Vyzkoušený klíč vždy dáme stranou a náhodně vybereme další klíč ze zbývajících. Jaká je pravděpodobnost, že odemkneme právě na  $k$ -tý pokus?

## OPAKOVÁNÍ

## KLASICKÁ DEFINICE PRAVDĚPODOBNOСТИ:

- $\Omega$  je množina všech možných výsledků náhodného pokusu
- $\omega \in \Omega$  elementární jev
- $A \subset \Omega$  náhodný jev
- Nechť  $\Omega$  obsahuje **konečný** počet prvků, tj.  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ , a nechť všechny elementární jevy  $\omega_i$  jsou **stejně pravděpodobné**. Pak pravděpodobnost náhodného jevu  $A$  definujeme jako

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|A|}{n},$$

kde  $|A|$  = počet prvků množiny  $A$ .

## VLASTNOSTI:

- $0 \leq P(A) \leq 1$ ,
- $P(A^c) = 1 - P(A)$ ,
- jestliže  $A \subset B$ , pak  $P(A) \leq P(B)$  a  $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$ ,
- $P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap B^c)$ ,
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ,
- (princip inkluze a exkluze)

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n).$$