

**email:** `dvorak@karlin.mff.cuni.cz`

**web:** `msekce.karlin.mff.cuni.cz/~dvorak`

konzultace po dohodě emailem

**zápočet:** aktivní docházka (až tři neomluvené absence)

zkouška není

# K čemu je pravděpodobnost a statistika užitečná?

## Testování hypotéz

Když při hodech mincí padne 4x za sebou panna, je to OK. Když padne za sebou 40x, je to divné.

Kde je ta hranice, kde výsledek začne být *příliš divný*?

**Skutečné použití:** je nový lék účinnější než placebo?

# K čemu je pravděpodobnost a statistika užitečná?

## Odhady parametrů modelu

Jaká je šance, že vytažená kulička bude červená?

**Skutečné použití:** průzkumy veřejného mínění, určování oběžné dráhy družic, odšumování zvukových či obrazových dat, ...

# K čemu je pravděpodobnost a statistika užitečná?

## **Předpovědi, predikce**

Bude zítra pršet?

**Skutečné použití:** předpovědi počasí, budoucího vývoje cen akcií/dluhopisů/úrokových sazeb, odhad budoucí poptávky, ...

## Zkoumání extrémních jevů

Jaká je šance, že přijdou povodně tak silné, že do školy budete muset jezdit lodí?

**Skutečné použití:** plánování protipovodňových opatření, finančních rezerv pojišťoven, ...

## Úloha 1.1 (člověče, nezlob se)

Jaká je pravděpodobnost, že se mi během 4 hodů nepodaří nasadit figurku, tedy nepadne šestka?

## Definice – klasická pravděpodobnost

Nejjemnější výsledek náhodného pokusu označme *elementární jev*.

Předpokládejme, že existuje konečně mnoho elementárních jevů a všechny jsou stejně pravděpodobné.

Pravděpodobnost jevu  $A$  je rovna počtu příznivých elementárních jevů ku počtu všech elementárních jevů.

*Námítky:* definice kruhem, konečně mnoho elementárních jevů

## Úloha 1.2 (dvě mince)

Jaká je pravděpodobnost, že při hození dvěma mincemi padne alespoň jednou líc?



Počátky teorie pravděpodobnosti sledujeme řekněme do 16. a 17. století.

Obliba hazardních her.

Snaha vysvětlit rozpor mezi intuitivním očekáváním a empirickým pozorováním.

## Úloha 1.3 (problém Chevaliera de Méré)

Jaká je pravděpodobnost, že při čtyřech po sobě následujících hodech šestistěnnou kostkou padne aspoň jednou šestka?

Jaká je pravděpodobnost, že ve 24 hodech dvěma kostkami padnou aspoň jednou dvě šestky?

Na kterou z obou událostí je výhodnější si vsadit?

# Hlasovací otázka 1

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 12 kostkami padnou aspoň dvě šestky?

**A)**  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12}$

**B)**  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$

**C)**  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$

**D)**  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12} - 12 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$

**E)**  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{12} + 12 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$

## Úloha 1.4 (Newtonův-Pepysův problém)

Který z následujících jevů má největší pravděpodobnost:

- a) při hodu 6 kostkami padne aspoň jedna šestka,
- b) *při hodu 12 kostkami padnou aspoň dvě šestky,*
- c) při hodu 18 kostkami padnou aspoň tři šestky?

## Úloha 1.5 (hledání oslavence)

Jaká je pravděpodobnost, že ve skupině  $n$  lidí existuje člověk, který má narozeniny právě dnes?

Jak velké musí být  $n$ , aby tato pravděpodobnost byla aspoň  $1/2$ ?