

BAKALÁŘSKÝ SEMINÁŘ II

Stopařův průvodce po diferenciálních rovnicích

jméno:

přinést na seminář 25. dubna 2016

Obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu

Najděte všechna řešení následujících diferenciálních rovnic.

1. $x^2y^2y' + xy^3 = 1$

2. $2xyy' - y^2 = x^2$

3. $y' = \frac{x + 2y - 7}{x - 3}$

Vlastnosti homogenních lineárních diferenciálních rovnic

1. Množina všech řešení HLDR tvoří vektorový prostor. Proč? Jsou-li $y_1(x)$ a $y_2(x)$ řešení HLDR, ověřte, že pak jsou také řešením funkce $y_1(x) + y_2(x)$ a $c \cdot y_1(x)$. Co je to princip superpozice?
2. Vektorový prostor řešení HLDR n -tého řádu má dimenzi n . Jak nazýváme jeho bázi? Jak ověříme, že daných n funkcí je lineárně nezávislých?
3. Najděte fundamentální systém homogenní lineární diferenciální rovnice

$$4xy'' + 2y' + y = 0,$$

jestliže znáte jedno řešení $y_1(x) = \cos \sqrt{x}$.

4. Proč je při hledání řešení HLDR s konstantními koeficienty tzv. charakteristická rovnice? Dosadte do rovnice $y'' - 5y' + 6y = 0$ funkci $e^{\lambda x}$; pro která λ se může levá strana rovnat nule?
5. Napište fundamentální systém rovnic $y'' - 2y' + y = 0$ a $y'' + y = 0$.
V obou případech ověřte, že se jedná o fundamentální systém.

Nehomogenní lineární diferenciální rovnice

1. Najděte obecné řešení NLDR $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$. (variací konstant)
2. Najděte obecné řešení NLDR $y'' + y = 5 - 3 \cos 2x + e^x$. (spec. pravá strana)
3. Přepište NLDR 2. řádu $y'' + y = 5 - 3 \cos 2x + e^x$ na soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu.