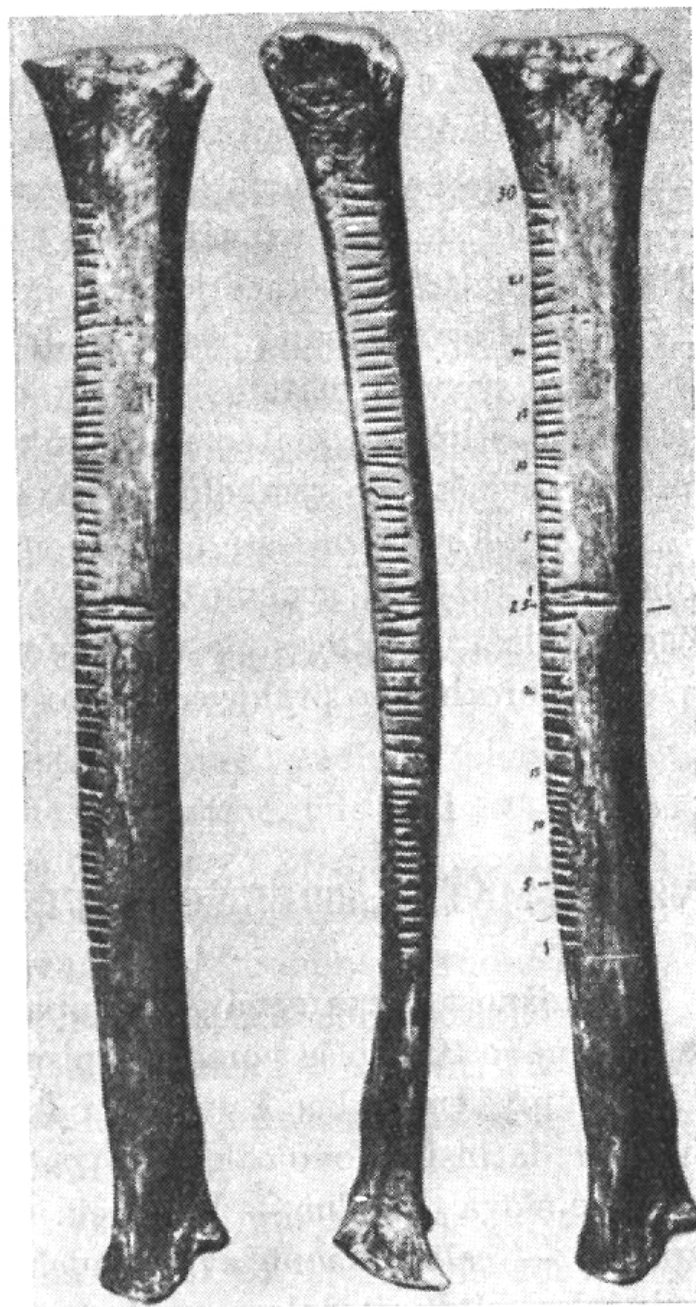




Čísla a číslice

Zdeněk Halas



Obr. 1. Věstonická vrubovka (různé pohle-

Vrubovka z Dolních Věstonic

- Do poslední třetiny 20. stol.

nejstarší M-cký artefakt:

vrubovka z Dolních Věstonic

- 18 cm dlouhá vřetenní kost mladého vlka s 55 zářezy
(rozdělené do 2 skupin: 30 a 25 zářezů)
- našel Karel Absolon, 1936; tábořiště ml. paleolitických lovců
mamutů z období před 25 – 28 000 lety
paleolit (2 mil. – 9 tis.) – lov, sběr, první kamenné a kostěné
nástroje

Nové nálezy

- 1,3 m kel mamutí samice s mnoha (uspořádanými?) zářezy
aritmetický význam možný, 36 – 40 000 let
Мамонтова Курья (podhůří polárního Uralu)
1992 – 1997 rusko-norská expedice

- přírodní národy
- Vrubovka se mohla rozříznout podélně, jednu část si nechal věřitel a druhou dlužník. Tento systém existoval v Evropě až do 19. století.
- Anglie do 1834 úřední doklad (tally-sticks)
- USA o téměř sto let déle (zálesáci)
- „Máš u mne vroubek.“

Tedy ...

- vznik představ o **čísle** (číslo × numerace)
- „pětkové, desítkové, dvacítkové soustavy“
- ne jen lovec; zemědělství, doba bronzová, ... nástroje; hrnčířský kruh
- obchod, rozvoj řeči
- počátky astronomie – pozorování Slunce a Měsíce
potřeba dělení času
- geometrické představy spojeny s ornamenty

Jazyk a představy o čísele

- Duál
- Gramatické postavení prvních číslovek v českém jazyce
- Již dlouhou dobu zkoumán způsob vyjadřování čísel primitivních národů.
- Studium jazyka australských domorodých kmenů ukázalo, že třicet z nich nemá číslovku pro počty větší než čtyři. Jistě ani v minulosti první lidé na tom nebyli jinak. Již číslo tři mohlo být z počátku problém.
- Vyšší čísla se vyjadřovala **složením** ze známých čísel (najdeme i v dnešních jazycích).

Příklady

- guna, barkula, barkula–guna, barkula–barkula.
- Mal, bulan, guliba, bulan–bulan, bulan–guliba, guliba–guliba.
Známe i systém po trojicích:
- a, oa, ua, oa–oa, oa–oa–a, oa–oa–oa.

Prsty

- Počítání na prstech: digitus = prst
- na prstech je možno počítat až do stovky
- Počítat lze i s využitím nohou, či jiných částí lidského těla. Jsou známy případy, kdy na prstech současně počítaly dvojice či trojice lidí
(jednotlivé části těla jsou označeny čísly)

Základ numeračních soustav

Klasické soustavy: pětiková, desítková, dvacítková

dvacítková základem mayského počítání

- stopy po ní nacházíme i ve francouzštině:

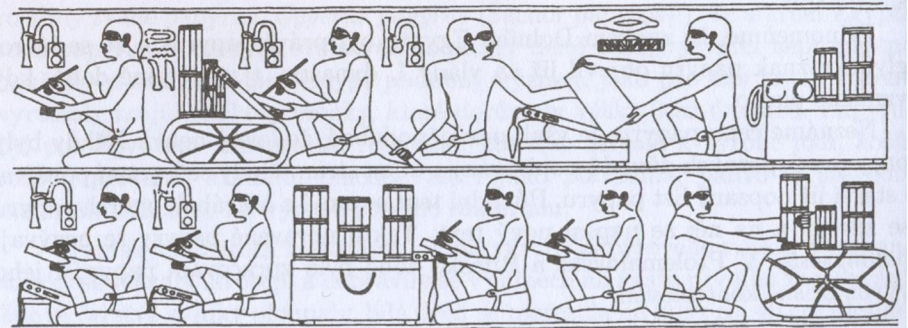
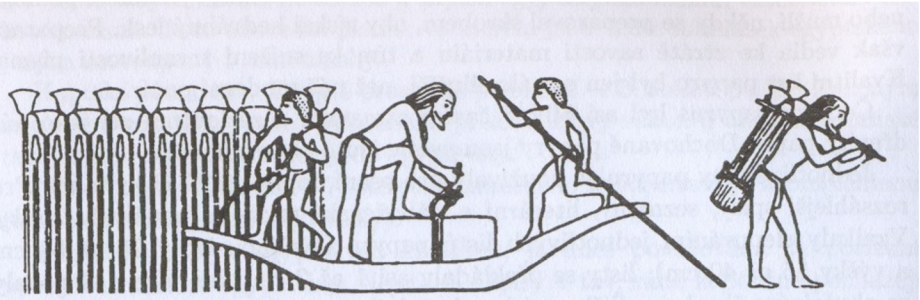
80 = 4 dvacítky, 90 = 4 dvacítky deset.

quatre-vingts quatre-vingt-dix

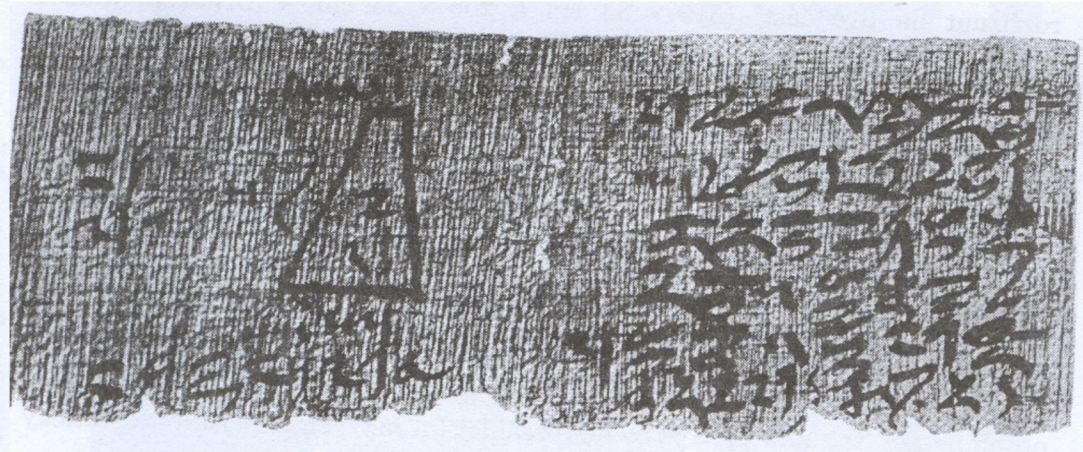
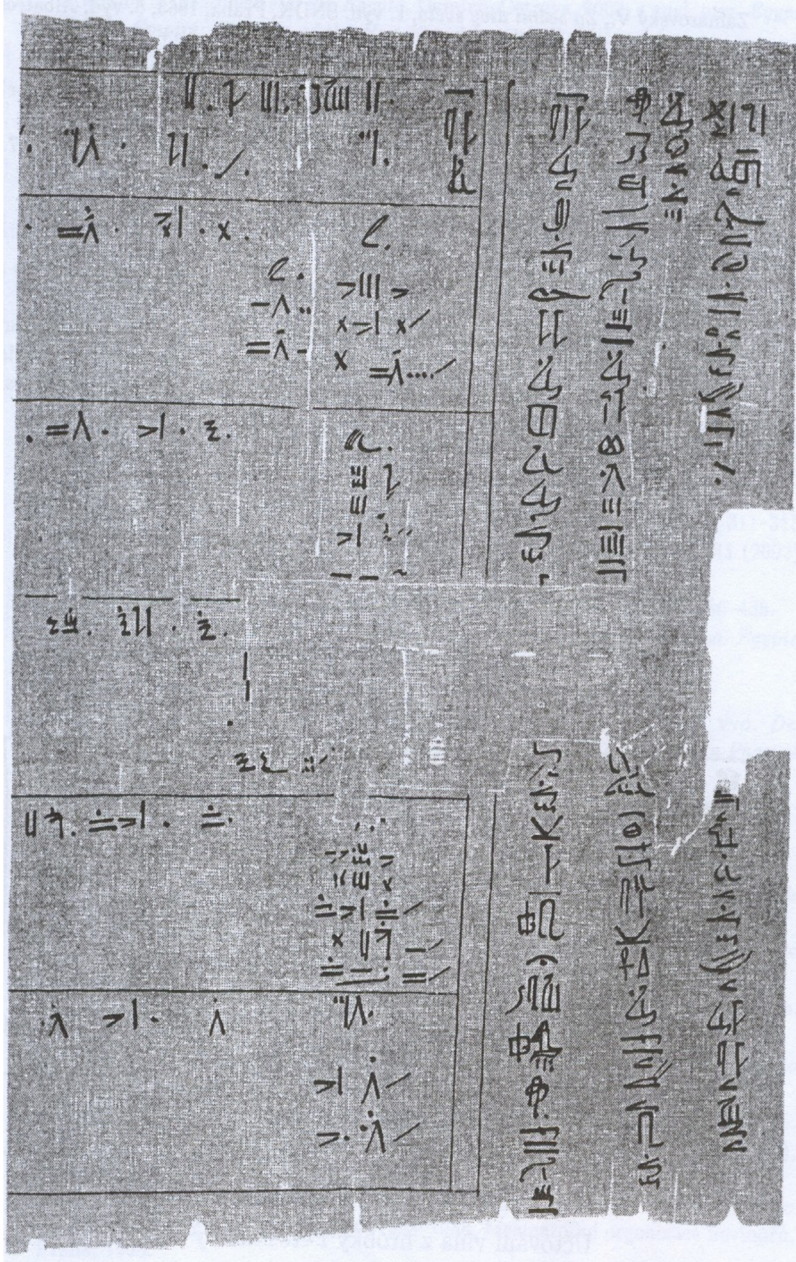
stopy po desítkové soustavě v angličtině:

- eleven = jeden navíc twelve = dva navíc
(10 + 1) (2 + 10)

Egypt



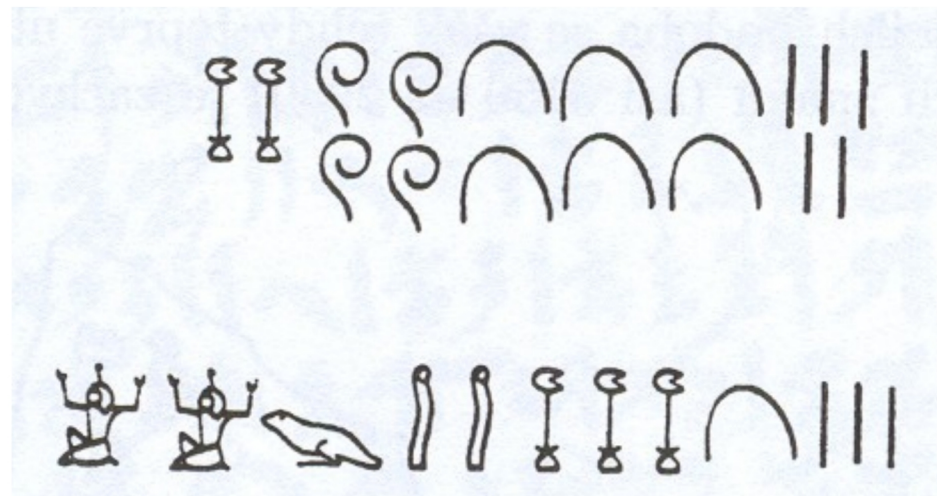
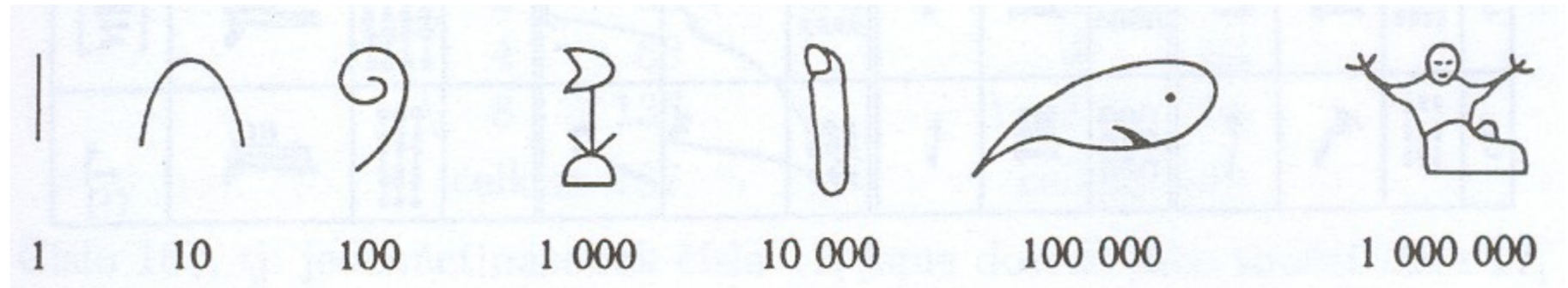
Papyry: Rhindův a Moskevský



1. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 2. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 3. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 4. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 5. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 6. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 7. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 8. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 9. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 10. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 11. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 12. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 13. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 14. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 15. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 16. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 17. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 18. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$
 19. $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$ $\text{ש} \text{ל} \text{א}$ $\text{א} \text{ל} \text{א}$

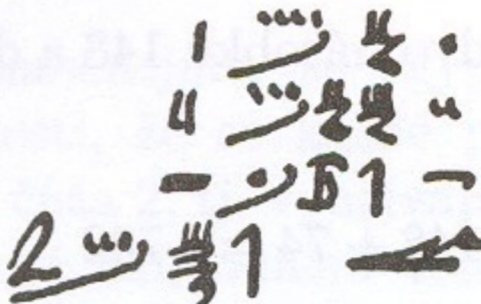
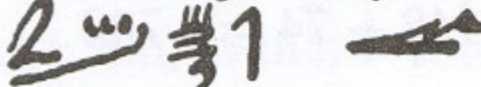
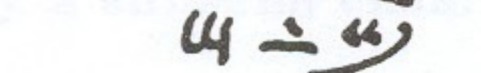
Column 4		Column 3		
90	א	א	א	1
90	א	א	א	2
90	א	א	א	3
90	א	א	א	4
90	א	א	א	5
90	א	א	א	6
90	א	א	א	7
90	א	א	א	8
90	א	א	א	9
90	א	א	א	10
90	א	א	א	11
90	א	א	א	12
90	א	א	א	13
90	א	א	א	14
90	א	א	א	15
90	א	א	א	16
90	א	א	א	17
90	א	א	א	18
90	א	א	א	19

- ① emend to א
- ② emend to א
- ③ emend to א
- ④ See note (on plate) to col. 2, l. 1.
- ⑤ Clearly legible in original.



[illegible]

Sčítání (a násobení) – hieratická kurzíva

	1082	1	2801
	2065	2	5602
	40211	4	11204
	70691	Total	<u>19607</u>
	7	7	7
	94	49	49
	343	343	343
	1042	2401	2401
	70861	16807	16807
	70691	Total	<u>19607</u>

$1/3$

$2/3$

$1/4$

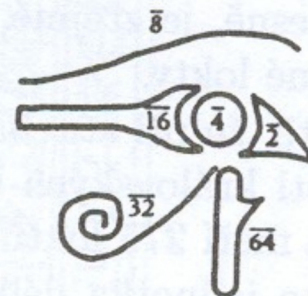
$3/4$

$1/6$

$5/6$



Horovo oko



2



4



8



16



32



64



128



256



384

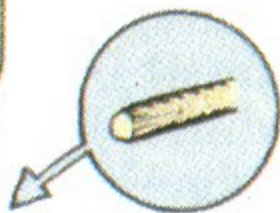
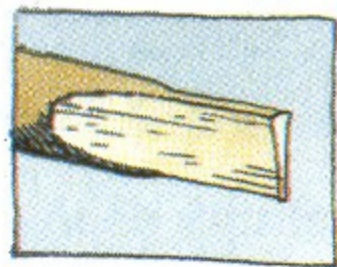


512



Mezopotámie

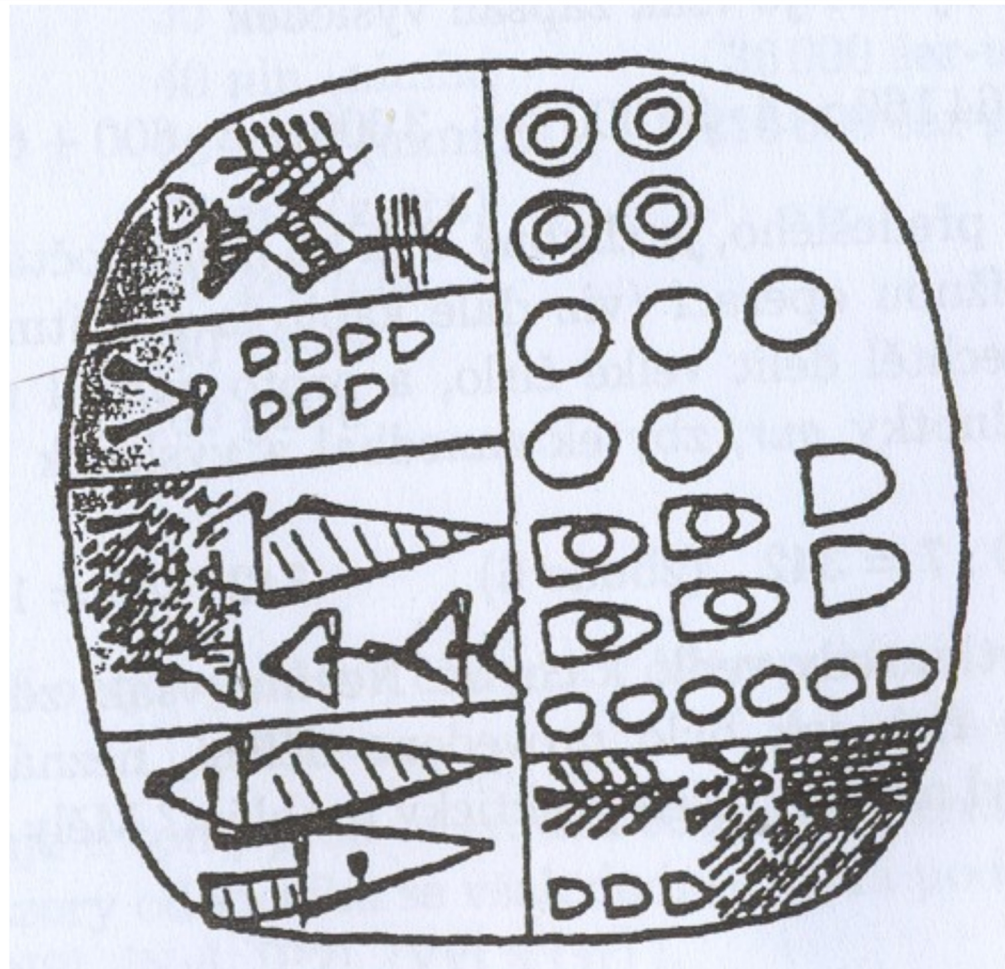






Hliněná tabulka z džemžetnasrské doby (kolem 2800 př. n. l.)
Velikost tabulky 7,5 × 6,5 cm

1	10	60	600	3600	36000
D	○	D	D○	○	⊗ ⊙



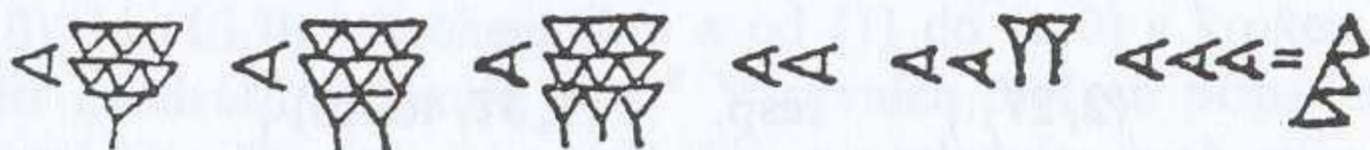
1	D	  
10		
60	D	 
60·10		
60 ²		
60 ² ·10		 
60 ³		



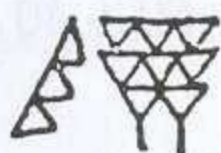
1 2 3 4 5 6 7 8 9



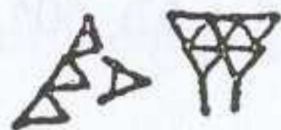
10 11 12 13 14 15 16



17 18 19 20 22 30 30



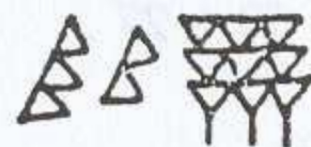
38



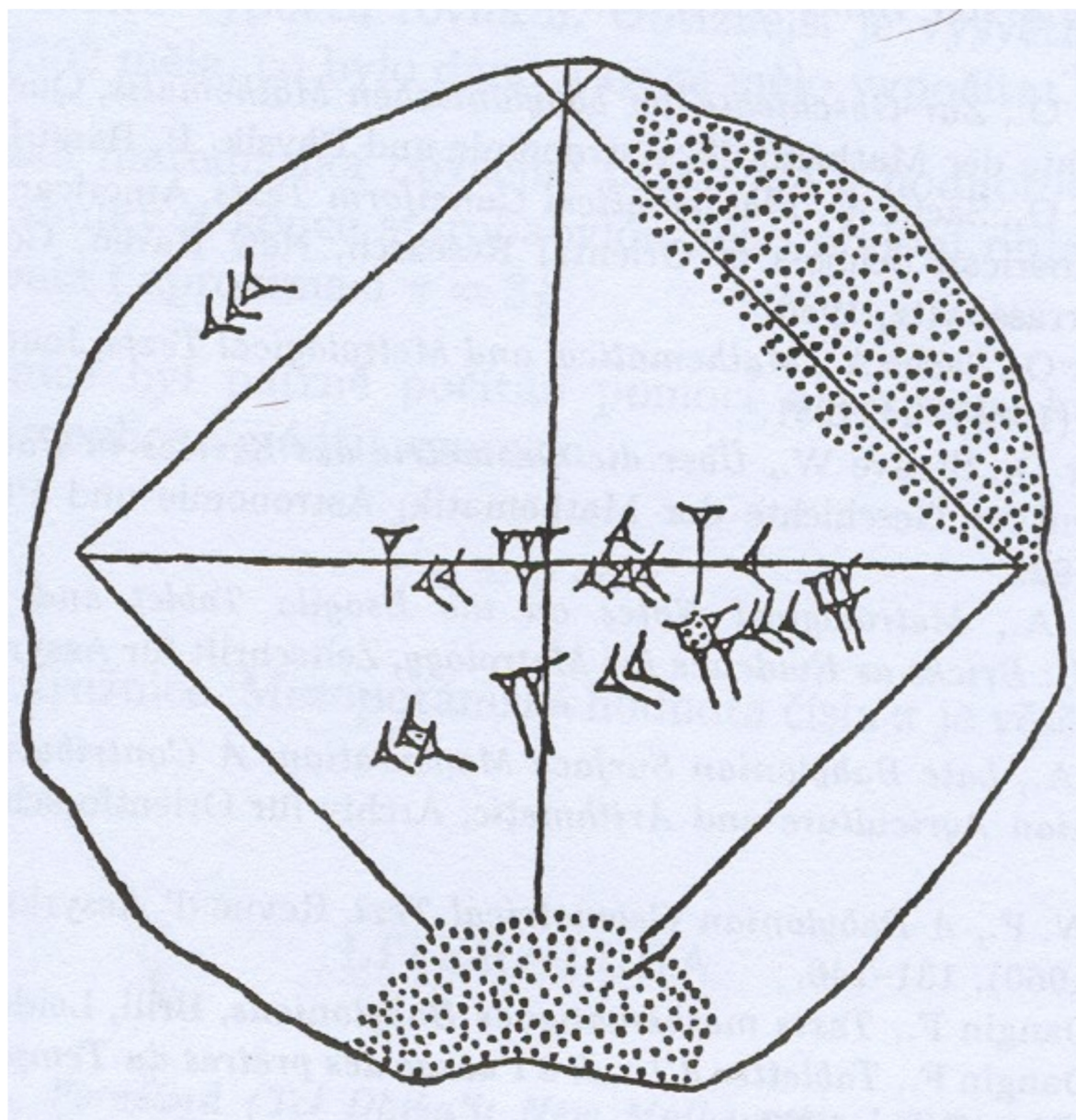
45

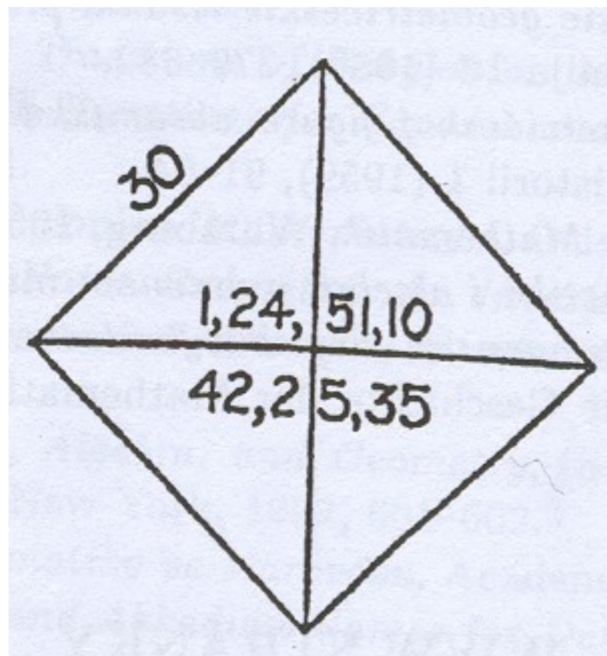


50



59







(25)	(1)	(25)
	(2)	(50)
	(3)	(1,15)
	(4)	(1,40)
	(5)	(2,5)
	(6)	(2,30)
	(7)	(2,55)
	(8)	(3,20)
	(9)	(3,45)
	(10)	(4,10)
	(11)	(4,35)
	(12)	(5)
	(13)	(5,25)
	(14)	(5,50)
	(15)	(6,15)
	(16)	(6,40)
	(17)	(7,5)
	(18)	(7,30)
	(19)	(7,55)
	(20)	(8,20)
	(30)	(12,30)
	(40)	(16,40)
	(50)	(20,50)

Semitské abecedy

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1s	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
10s	י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ
100s	ק	ר	ש	ת	תק	תר	תש	תת	תתק
				OR	ך	ם	ו	ף	ץ

Gematrie

1 Kr 7:23 Odlil také moře o průměru deseti loket, okrouhlé, pět loket vysoké; dalo se obepnout měřicí šňůrou dlouhou třicet loket.

1 Král 7:23 וַיַּעַשׂ אֶת־הַיָּם מוֹצָק עֶשְׂרִי בָאֲמָה מִשְׁפָּתוֹ עַד־שְׁפָתוֹ
עָגֹל סָבִיב וְחֲמִשָּׁה בָאֲמָה קוֹמָתוֹ (וְקוֹנָה) [וְקוֹן] שְׁלֹשִׁים בָּאֲמָה יָסֹב
אֹתוֹ סָבִיב:

$111 / 106 = 1,047169811320...$

$3 \times 1,047169811320... = 3,1415\ 09433962264150943$

Řecko

1	5	10	50	100	500	1000	5000	10,000	50,000
I	Γ	Δ	⌒	Η	Ϟ	Χ	Ϡ	Μ	Ϟ
	ΠΕΝΤΕ	ΔΕΚΑ		ΗΕΚΑΤΟΝ		ΧΙΛΙΟΣ		ΜΥΡΙΟΣ	
36,849 = ΜΜΜϠΧϞΗΗΗΔΔΔΔΓΙΙΙ									

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1s	$A\bar{\alpha}$	$B\bar{\beta}$	$\Gamma\bar{\gamma}$	$\Delta\bar{\delta}$	$E\bar{\epsilon}$	$\text{F}\bar{\zeta}$	$Z\bar{\zeta}$	$H\bar{\eta}$	$\Theta\bar{\theta}$
10s	$I\bar{\iota}$	$K\bar{\kappa}$	$\Lambda\bar{\lambda}$	$M\bar{\mu}$	$N\bar{\nu}$	$\Xi\bar{\xi}$	$O\bar{o}$	$\Pi\bar{\pi}$	$\varphi\bar{\rho}$
100s	$P\bar{\rho}$	$\Sigma\bar{\sigma}$	$T\bar{\tau}$	$Y\bar{\upsilon}$	$X\bar{\chi}$	$\Phi\bar{\phi}$	$\Psi\bar{\psi}$	$\Omega\bar{\omega}$	$T\bar{\text{X}}$
1000s	$\text{,}A$	$\text{,}B$	$\text{,}\Gamma$	$\text{,}\Delta$	$\text{,}E$	$\text{,}\text{F}$	$\text{,}Z$	$\text{,}H$	$\text{,}\Theta$
10,000s	$\overset{A}{M}$	$\overset{B}{M}$	$\overset{\Gamma}{M}$	$\overset{\Delta}{M}$	$\overset{E}{M}$	$\overset{\text{F}}{M}$	$\overset{Z}{M}$	$\overset{H}{M}$	$\overset{\Theta}{M}$

562 = $X\Xi B$

Řím

	1	5	10	50	100	500	1000
Etruscan	I	Λ	X	Λ↑	CЖ	⌘	⊕ ⊙
Roman	I	ΛV	X	∇↓┘	C	Ⓓ	Ⓢ Ⓣ

[illegible]

Indie

Script	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bengali	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
Devanagari	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Gujarati	૦	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
Marathi	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Oriya	୦	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
Punjabi	੦	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯
Nepali	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९

ka 1	kha 2	ga 3	gha 4	ṇa 5
च	छ	ज	झ	ञ
ca 6	cha 7	ja 8	jha 9	ṇa 10
ट	ठ	ड	ढ	ण
ṭa 11	ṭha 12	ḍa 13	ḍha 14	ṇa 15
त	थ	द	ध	न
ta 16	tha 17	da 18	dha 19	na 20
प	फ	ब	भ	म
pa 21	pha 22	ba 23	bha 24	ma 25
य	र	ल	व	
ya 30	ra 40	la 50	va 60	
श	ष	स	ह	
śa 70	ṣa 80	sa 90	ha 100	

ki 100	khi 200	gi 300	ghi 400	ṇi 500
चि	छि	जि	झि	ञि
ci 600	chi 700	ji 800	jhi 900	ṇi 1000
टि	ठि	डि	ढि	णि
ṭi 1100	ṭhi 1200	ḍi 1300	ḍhi 1400	ṇi 1500
ति	थि	दि	धि	नि
ti 1600	thi 1700	di 1800	dhi 1900	ni 2000
पि	फि	बि	भि	मि
pi 2100	phi 2200	bi 2300	bhi 2400	mi 2500
यि	रि	लि	वि	
yi 3000	ri 4000	li 5000	vi 6000	
शि	षि	सि	हि	
śi 7000	ṣi 8000	si 9000	hi 10,000	

Sanskrt

1 eka

2 dva

3 tri

tr – překračovat

4 catur

5 pañca

5–7 zvláštní skloňování

6 sas

od 5 dvouvýchodné

7 sapta

8 asta

duální skloňování

9 nava

nový

10 daša

100 sata

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Nagari	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९

Arabské číslice

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩



Plus

Nicole Oresme (1323-1382) plus jako zkratka latinského *et* v rukopisu *Algorismus proportionum* (mezi 1356 a 1361) opsaném ve 14. stol.

„*Primi numeri sesquiterci sunt .4. et .3., et primi numeri sex termini sesquialtere sunt .3. et .2.*“

plus se zkosenou svislou čarou jako zkratka lat. *et* – už v rukopisu z r. 1417

Plus a minus v tisku

Mercantile Arithmetic or Behende und hüpsche Rechnung auff allen Kauffmanschafft

Johannes Widmann (*1460)

Lipsko, 1489

ne sčítání a odčítání, ale přebytky a deficit v obchodních počtech

obr.: vydání Augsburg, 1526

22

4	+	5	Wile du das wys
4	—	17	sen oder defigley
3	+	30	chen/So sumier
4	—	19	die zentner vnd
3	+	44	lb vnd was auß
3	+	22	—ist/das ist mi
zentner	3	—	11 lb nus dz sez beson
	3	+	50 der vnd werden
	4	—	16 4539 lb (So
	3	+	44 du die zentner
	3	+	29 zu lb gemacht
	3	—	12 hast vnd das /
	3	+	9 + das ist meer

darzu addierest) vnd 75 minus. Nun
 solc du für Holz abschlahen allweeg für
 ein legel 24 lb. Vnd das ist 13 mal 24.
 vnd macht 312 lb darzu addier das —
 das ist 75 lb vnd werden 387. Dye sub
 trahier von 4539. Vnd bleyben 4152
 lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner
 pro 4 fl $\frac{1}{2}$ wie kummen 4152 lb vnd kumme
 171 fl 5 fl 4 heller? Vñ ist recht gemacht

Wpfeffer

Plus a minus v tisku

Johannes Widmann – působil na univerzitě v Lipsku

studoval rukopisy v Drážďanské knihovně
v nich + a –
některé z rkp. kol. 1486

Poznámky z roku 1481 – opoznámkoval Widmann
obsahuje + a –

Užil Widmann označení některého z profesorů na univerzitě v Lipsku?

Zápisky z Widmannových přednášek (1486) jednoho ze studentů
obsahují také + a –

Plus a minus – Nil novi sub sole

samotná znaménka plus a minus užívána i dříve

například na sudech: označení, zda je sud plný

Krát

× William Oughtred (1574–1660)

Clavis Mathematicae (sepsán 1628, publikován v Londýně 1631)

× už 1618 v anonymním dodatku k překladu spisu

John Napier: *Descriptio* (přel. Edward Wright)

ale: dodatek napsal nejspíše Oughtred

• prosazoval **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646–1716)

29. července 1698 napsal dopis Johannu Bernoulliovi:

„Nemám rád $\times$ jako znak pro násobení, protože je snadno zaměnitelný s x ...

... často dávám do vztahu dvě veličiny vloženou tečkou

a označuji násobení jako $ZC \cdot LM$.

Takže při označování poměru neužívám jednu tečku, ale dvě,

ty také používám pro dělení.“

*

÷

Johann Rahn (1622–1676)

1659 *Teutsche Algebra*

		Rechenkunst.	73
		$D - E = 2B$ $D = E + 2B$ $\therefore D > E$	
		Auf D und F das übrig finden.	
$a = ?$	1	$a + b = D$	
$b = ?$	2	$ab = F$	
$i \odot 2$	3	$aa + 2ab + bb = DD$	
$2 * 4$	4	$4ab = 4F$	
$3 - 4$	5	$aa - 2ab + bb = DD - 4F$	
5 wuz	6	$a - b = \sqrt{DD - 4F}$	
		Weil $a + b$ Item $a - b$ bekant sind / so werer es ein überfluß weiter zuprocedieren / als da in den nächst hiervorstehenden auflösungen / die manier weiter zuschreiten / vor augen ligt.	
		Auf D und G.	
$a = ?$	1	$a + b = D$	
$b = ?$	2	$\frac{a}{b} = G$	
$i - b$	3	$a = D - b$	
$2 * b$	4	$a = bG$	
$3, 4$	5	$D - b = bG$	
$5 + b$	6	$D = b + bG$	
$6 \div 1 + G$	7	$\frac{D}{1 + G} = B$	
$i - 7$	8	$\frac{DG}{1 + G} = A \text{ u.}$	

Děleno

závorka $8)24$ Michael Stifel (1486/7–1567) *Arithmetica integra*
dohotovena 1540, vydána 1544 v Norimberku

: *Johnson Arithmetik; In two Bookes* (2. vyd., Londýn, 1633)
symbol pouze pro zlomky

: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)
používal : pro zlomky i pro dělení *Acta eruditorum* (1684)