

# PŘEHLED ANTICKÉ MATEMATIKY

Zdeněk Halas

Dějiny matematiky I, MFF UK

10. října 2016

# Přehled antické matematiky

## Vývoj antické matematiky – základní periodizace

**1. 600 až 430:** Thalés, Pýthagorás

**2. 430 až 300:** Hippokratés, Theodóros, Theaitétos, Démokritos, Eudoxos z Knidu (proporce, exhaustivní metoda, astronomie)  
Menaichmos (kuželosečky)

Eukleidovy *Základy* (300 př. Kr.): planimetrie, proporce, aritmetika, iracionality, stereometrie

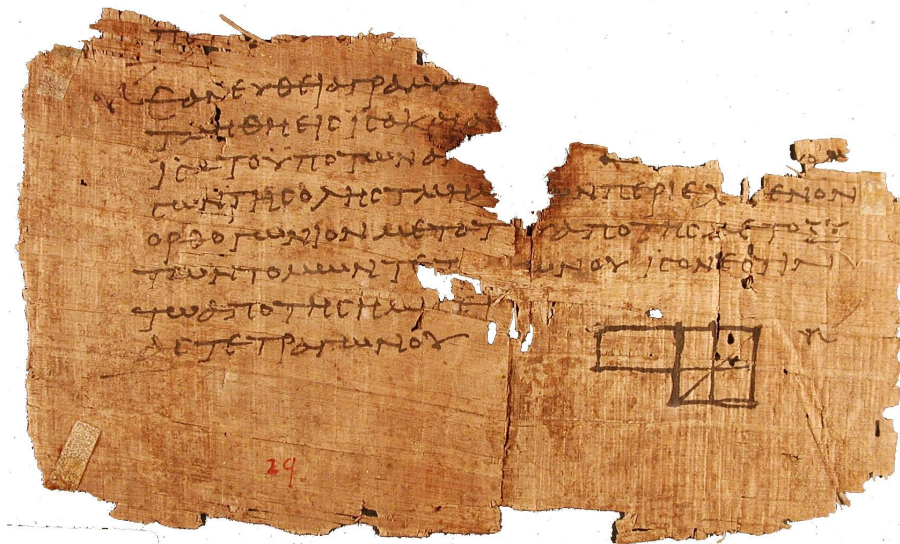
**3. 300 až 170:** Eukleidés, Archimédés, Apollónios  
Eratosthenés z Kyrény

**4. od 170 př. Kr.:** Hérón, Klaudios Ptolemaios, Diofantos  
Pappos (4. stol.), Proklos (5. stol.)  
6. stol.: Simplikios, Ióannés Filoponos

# Text Eukleidových *Základů*

nejstarší opis – Theónova verze z roku 888  
Theónových revizí většina  
existují zlomky ze 3. stol. a rkp. předtheónovské verze  
arabské překlady překládány do latiny  
některé latinské překlady odrážejí původní Eukleidův text lépe  
moderní editoři – upraveno podle soudobých interpretací  
(konzistence, lectio difficilior, ...)

# Text Eukleidových Základů



# Text Archimédových spisů

kodexy A, B, C

**kodex A:** Lev Matematik, 9. stol.  
nechal shromáždit Archimédovy spisy a sestavil jednotný kodex

**kodex B:** 9./10. stol., páka, těžiště

**kodex C:** polovina 10. stol., jediný dochovaný

A, B se dostaly na Sicílii, 1266 (padl Manfréd Sicilský) v rodové knihovně

válečná kořist papežské kurie – knihovna převezena do Říma

časem se každý kodex dostal jinam

oba se nakonec ztratily

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

„počátek“: geometrie poprvé objevena mezi Egyptany  
vznikla z potřeby opakovaného vyměřování země po záplavách Nilu

Proklos (In Eucl. 64, 23):

*Není překvapivé, že objev této (tj. geometrie) a dalších věd má svůj počátek v nutnosti, poněvadž vše při vzniku přechází z nedokonalosti k dokonalosti.*

*Takže [Egyptané] přirozeně přešli od smyslového vnímání k praktickým výpočtům a od výpočtů k úvahám.*

aisthésis – logismos – nús

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

Thalés z Miletu

Proklos (In Eucl. 64, 23):

*Stejně jako u Féníčanů dala potřeba obchodovat popud k pečlivému studiu čísel...*

*Thalés, který cestoval do Egypta, byl prvním, kdo tuto vědu (theóriá) přinesl do Řecka.*

*Sám učinil mnoho objevů a mnohým svým následovníkům zanechal základní nauky; některými problémy se zabýval obecněji, některými pak spíše empiričtěji.*

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

Thalés z Miletu

## Výsledky připisované Thalétovi

- ▶ kruh je dělen průměrem na dvě části (důkaz)
- ▶ úhly při základně rovnoramenného  $\triangle$  jsou si rovny
- ▶ vrcholové úhly jsou si rovny (dokázal až Eukleidés)
- ▶ shodnost  $\triangle$  – usu (vzdálenost lodí)

interpretace (některé připisovány Eudémem, ale...)

poprvé explicitně paradox nekonečna

problém není v tom, že by veličiny nebyly dělitelné do nekonečna,  
ale nejsou dělitelné na nekonečně mnoho částí

tj. rozdíl mezi aktuálním a potenciálním nekonečnem (apeiron)



# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

Pýthagorás ze Samu (6. stol.)

z politických důvodů musel odejít ze Samu  
cestoval po Mezopotámii a Egyptě  
usadil se v Krotónu

prý obětoval býka při objevu věty, jež je mu připisována

matematickou filosofii přetvořil do podoby svobodného vzdělávání  
tím, že obecně zkoumal její základy  
a věty rozebíral nelátkově a rozumově

objevil také nauku o iracionalitě / proporcích (a(na)logon) ???  
a strukturu kosmických těles (platónská tělesa)

význam pýthagorejců možná přeceněn díky novoplatonikům  
(Porfyrios, Iamblichos, Proklos)

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

pýthagorejci

aritmetika, figurální čísla, hudební intervaly, ...

součet vnitřních úhlů v  $\triangle$  je  $180^\circ$

konstrukce pravidelných mnohoúhelníků (5úh.)

příkládání ploch

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

eleaté

nejsou zmiňováni: ani mat. díla, ani komentátoři

Parmenidés (6./5. stol.): logické usuzování

Zénón z Eleje (5. stol.): paradoxy nekonečného dělení

eleaté jistě měli vliv na:

- logické budování matematiky
- pojem veličina

vzájemný vliv: filosofie, matematika, aplikované vědy, medicína, politika

# 1. období (600 až 430 př. Kr.)

další zástupci

Anaxagorás:

- kvadratura kruhu?
- problém rozmístění divadelních kulis, aby vytvořily patřičný dojem (perespektiva)

Oinopidés z Chiu:

- konstrukce kolmice
- přenesení úhlu
- sklon ekliptiky ( $24^\circ$ , pomocí konstrukce pravidelného 15úhelníku)

## 2. období (430 až 300 př. Kr.)

Hippokratés z Chiu (2. pol. 5. stol.)

- dochovaný zlomek: kvadratura měsíčků
- mnohem náročnější, než zmínky u presókratiků či Platóna

Démokritos z Abdéry

- hranol má oproti jehlanu s touž podstavou a výškou trojnásobný objem
- totéž pro válec
- pomocí atomistických úvah, bez důkazu

Theodóros

- odmocniny nečtvercových čísel jsou iracionální
- důkaz až do 17

## 2. období (430 až 300 př. Kr.)

V Platónově dialogu Theaitétos (147d):

*Tuhle Theodóros nám znázorňoval obrazci cosi o mocninách, o čtverci obsahujícím tři čtverečné stopy a o čtverci obsahujícím pět čtverečných stop, že svou stranou nejsou souměřitelné se čtvercem o jedné stopě, a tak probíral jednu mocninu po druhé až po čtverec o sedmnácti čtverečných stopách; při tomto se nevím proč zastavil.*

*A tu nás napadla taková myšlenka – když se jevilo, že těch mocnin je nekonečné množství – pokusit se je sebrat v jedno jméno, kterým bychom nazvali všechny ty mocniny.*

## 2. období (430 až 300 př. Kr.)

### Platón a jeho současníci

#### Platón

- zmínky o matematice v některých dialozích (Theaitétos, Menón, ...)
- Akadémie ovlivnila matematiku 4. stol. (dle Prokla)

#### Theaitétos z Athén

- klasifikace iracionalit (X. kniha *Základů*)
- konstrukce pravidelných mnohostěňů (XIII. kniha)

#### Archýtás z Tarentu (3 zlomky)

1. řešení problému dvou středních úměrných

$$a : x = x : y = y : b$$

2. aritm., geom., harmon. průměr

3. poprvé explicitně dělení matematiky na aritmetiku, geometrii, astronomii, músiku

## 2. období (430 až 300 př. Kr.)

### kvadratura kruhu

Hippiás

- kvadratrix (připsáno pozdějšími autory)

Antifón

- kvadratura kruhu

vepisované mnohoúhelníky se nakonec stanou kruhem

Brýsón

- kvadratura kruhu

- obsah kruhu vyjadřuje jako aritmetický průměr obsahu veps.

a ops. mnohoúhelníku



## 2. období (430 až 300 př. Kr.)

### Eudoxos a jeho žáci

#### Eudoxos z Knidu

- exhaustivní metoda (XII. kniha):

poměr obsahů kruhů = poměr čtverců průměrů

poměr objemů koulí = poměr krychlí průměrů

objem jehlanu a kuželu

- poměry (V. kniha): Def. V, 5:  $a : b = c : d$ ,

pokud  $ma = nb$  a  $mc = nd$ , nebo jsou zároveň větší či menší

- astronomie

#### Menaichmos

- objev kuželoseček (dvě střední úměrné)

- zde také explicitně metoda analýzy a syntézy

dochován zlomek

#### Deinostratos

- užití kvadratrix (kvadratura kruhu, trisekce úhlu)

### 3. období (300 až 170 př. Kr.)

Eukleidés, Archimédés

Eratosthenés z Kyrény

- Eratosthenovo síto
- měření Země
- výsledky z mnoha oborů

Apollónios z Pergé

- Kónika (Kuželosečky)

Dionýsodóros

- objem anuloidu (ztraceno)
- doplnění Archimédova (neúplného) řešení problému rozdělení koule rovinou na 2 části s daným poměrem objemů (kubická rovnice)

## 3. období (300 až 170 př. Kr.)

Zénodóros

- isoperimetrické útvary (větší zlomky u Pappa a Theóna): pokus o důkaz, že kruh a koule jsou útvary s největším obsahem/objemem při daném obvodu/povrchu

Níkomédés

- konchoida (trisekce úhlu)

Dioklés

- O zápalných zrcadlech (jen arabsky)

- kisoida

## 4. období (po 170 př. Kr.)

Hérón z Alexandrie (1. stol. př. Kr.)

- aritmetizace geometrie

Sfériky (kol. 100 př. Kr.): Theodóros z Bithýnie, Menelaos z Alexandrie

Klaudios Ptolemaios (*Almagest, Geografie*)

- goniometrie

novopýthagorejské pojetí aritmetiky:

- Níkomachos z Gerasy: *Úvod do aritmetiky*

- Theón ze Smyrny: *Matematické znalosti užitečné k četbě Platóna*

Diofantos (3. stol. po Kr.)

- Aritmetika, symbolický zápis

Hypsiklés (2. stol. po Kr.)

- XIV. kniha, pravidelné mnohostěny

## 4. období (po 170 př. Kr.)

Pappos (4. stol. po Kr.)

- Matematická sbírka

Proklos (5. stol. po Kr.)

- komentář k I. knize Eukleidových *Základů*

Ióannés Filoponos (6. stol. po Kr.)

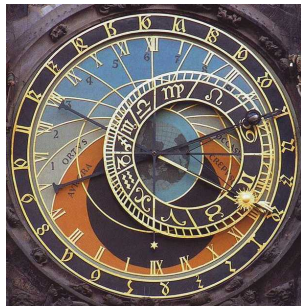
- O užití a konstrukci astrolábu

Simplikios (6. stol. po Kr.)

- komentáře

# Ióannés Filoponos (6. stol. po Kr.)

O užití a konstrukci astrolábu



aplikace (android): 2play astrolabe

# Přínos antické matematiky

axiomatická metoda

nesouměřitelnost (iracionalita)

exhaustivní metoda

Archimédovo vážení

astronomie – geometrické modely

goniometrie

kuželosečky