

Lin. formy - shrnutí

• $f: V_n \rightarrow \mathbb{R}$ jsou to homomorfismy s hodnotami v poli

• $V \neq 0$ hodnosti a defektu $\Rightarrow \dim \ker f = n-1$ (nenul. forma)

• matice LF: $A_{f,B} = (f(\vec{b}_1), f(\vec{b}_2), \dots, f(\vec{b}_n))$

$f(\vec{b}_i) \in \mathbb{R}$, ozn. $a_i := f(\vec{b}_i)$, pak:

$A_{f,B} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ vypadá jako vektor
 \Leftarrow z původního V_n

• duální prostor:

$V_n^* := \text{Hom}(V_n, T)$... vekt. prostor všech lin. forem na V_n
má dimenzi n

• duální báze k bázi B :

taková báze ve V_n^* , že její prvky f_1, \dots, f_n mají hezké hodnoty
na prvcích báze B :

$$f_i(\vec{b}_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

k bázi B

• duální bázi lze napsat ihned:

vzhledem k bázi B mají formy z duální báze matice:

$$A_{f_1, B} = (1, 0, 0) \quad A_{f_2, B} = (0, 1, 0) \quad A_{f_3, B} = (0, 0, 1)$$

neboli analytická vyjádření vzhl. k bázi B jsou:

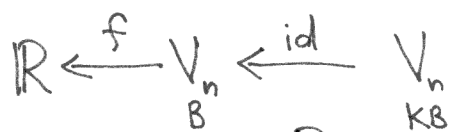
$$f_{1,B}(\vec{x}) = x_1 \quad f_{2,B}(\vec{x}) = x_2 \quad f_{3,B}(\vec{x}) = x_3$$

• nevýhoda:

vstup, tj. souřadnice vektoru \vec{x} se očekávají vzhl. k bázi B , tj. $\langle \vec{x} \rangle_B = (x_1, x_2, x_3)$

Pokud bychom chtěli formy duální báze zapsat vzhl. ke kanonické bázi,
museli bychom transformovat...

- transf. lin. formy $f: V_n \xrightarrow{B} \mathbb{R}$ na $f: V_n \xrightarrow{KB} \mathbb{R}$



$$\underbrace{A_{f,B} \quad P_{KB,B}}_{A_{f,KB} = A_{f,B} \cdot P_{KB,B} = A_{f,B} \cdot B^{-1}}$$

$$A_{f,KB} = A_{f,B} \cdot P_{KB,B} = A_{f,B} \cdot B^{-1}$$

- formy duální báze ^{k bázi B} vyjádřené vzhledem ke kanonické bázi:

$$A_{f_1,B} = (1,0,0) \quad A_{f_1,KB} = (1,0,0) \cdot B^{-1} \quad /^T$$

$$A_{f_1,KB}^T = \underbrace{(B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{1. \text{ sloupec matice } (B^{-1})^T}$$

$$A_{f_2,B} = (0,1,0) \quad A_{f_2,KB} = A_{f_2,B} \cdot B^{-1} = (0,1,0) \cdot B^{-1} \quad /^T$$

$$A_{f_2,KB}^T = (B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2. \text{ sloupec matice } (B^{-1})^T$$

$$A_{f_3,B} = (0,0,1) \quad A_{f_3,KB} = A_{f_3,B} \cdot B^{-1} = (0,0,1) \cdot B^{-1} \quad /^T$$

$$A_{f_3,KB}^T = (B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3. \text{ sloupec matice } (B^{-1})^T$$

tj. souřadnice (koeficienty) forem báze duální k bázi B vyjádřených vzhledem ke kanonické bázi najdeme ve sloupcích matice $(B^{-1})^T$

$$(B^{-1})^T = \begin{pmatrix} f_{1,KB} & \vdots & f_{2,KB} & \vdots & f_{3,KB} \end{pmatrix}$$

- formy duální báze k bázi B vyjádřené vzhl. k jiné bázi než B (např. vzhl. k bázi kanonické) lze hledat také

metodou neurčitých koeficientů (viz text)