Lin. formy – shrnutí

- $f : \underset{B}{V_n} \to \mathbb{R}$ jsou to homomorfismy s hodnotami v poli

- V o hodnosti a defektu $\Rightarrow$ $\dim \operatorname{Ker} f = n-1$ (nenul. forma)

- matice LF: $A_{f,B} = \left(f(\vec{b_1}), f(\vec{b_2}), \dots, f(\vec{b_n}) \right)$

  $f(\vec{b_i}) \in \mathbb{R}$, ozn. $a_i := f(\vec{b_i})$, pak:

  $A_{f,B} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ vypadá jako vektor z původního V_n $\Leftarrow$

- duální prostor:

  $V_n^* := \operatorname{Hom}(V_n, T)$ ... vekt. prostor všech lin. forem na V_n

  má dimenzi n

- duální báze k bázi B:

  taková báze ve V_n^*, že její prvky $f_1, \dots, f_n$ mají hezké hodnoty na prvcích báze B:

  $$\boxed{f_i(\vec{b_j}) = \delta_{ij}} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

- duální bázi k bázi B lze napsat ihned:

  vzhledem k bázi B mají formy z duální báze matice:

  $A_{f_1,B} = (1,0,0)$ $A_{f_2,B} = (0,1,0)$ $A_{f_3,B} = (0,0,1)$

  neboli analytická vyjádření vzhl. k bázi B jsou:

  $$\boxed{f_{1,B}(\vec{x}) = x_1 \qquad f_{2,B}(\vec{x}) = x_2 \qquad f_{3,B}(\vec{x}) = x_3}$$

- nevýhoda:

  vstup, tj. souřadnice vektoru $\vec{x}$ se očekávají vzhl. k bázi B, tj. $\langle \vec{x} \rangle_B = (x_1, x_2, x_3)$

Pokud bychom chtěli formy duální báze zapsat vzhl. ke kanonické bázi, museli bychom transformovat ...

- transf. lin. formy $f: \underset{B}{V_n} \longrightarrow \mathbb{R}$ na $f: \underset{KB}{V_n} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$\underbrace{\mathbb{R} \xleftarrow{f} \underset{B}{V_n} \xleftarrow{id} \underset{KB}{V_n}}_{A_{f,B} \quad P_{KB,B}}$$

$$A_{f,KB} = A_{f,B} \cdot P_{KB,B} = A_{f,B} \cdot B^{-1}$$

- formy duální báze k bázi B vyjádřené vzhledem ke <u>kanonické</u> bázi :

$A_{f_1,B} = (1,0,0)$ $\qquad A_{f_1,KB} = (1,0,0) \cdot B^{-1} \qquad /^T$

$$A^T_{f_1,KB} = \underbrace{(B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{1.\text{sloupec matice } (B^{-1})^T}$$

$A_{f_2,B} = (0,1,0)$ $\qquad A_{f_2,KB} = A_{f_2,B} \cdot B^{-1} = (0,1,0) \cdot B^{-1} \qquad /^T$

$$A^T_{f_2,KB} = (B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2.\text{sloupec matice } (B^{-1})^T$$

$A_{f_3,B} = (0,0,1)$ $\qquad A_{f_3,KB} = A_{f_3,B} \cdot B^{-1} = (0,0,1) \cdot B^{-1} \qquad /^T$

$$A^T_{f_3,KB} = (B^{-1})^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3.\text{ sloupec matice } (B^{-1})^T$$

tj. souřadnice (koeficienty) forem báze duální k bázi B vyjádřených vzhledem ke kanonické bázi najdeme ve sloupcích matice $(B^{-1})^T$

$$\boxed{(B^{-1})^T = \left(f_{1,KB} \;\vdots\; f_{2,KB} \;\vdots\; f_{3,KB} \right)}$$

- formy duální báze k bázi B vyjádřené vzhl. k jiné bázi než B (např. vzhl. k bázi kanonické) lze hledat také **metodou neurčitých koeficientů** (viz text)