Výjezdní seminář KPMS MFF UK

STOCHASTIKA

Kohútka, 8.-9.2.2008

Abstrakty přednášek

Spatio-temporal point process modelling

Viktor Beneš (KPMS MFF UK)

benesv@karlin.mff.cuni.cz

Two approaches to spatio-temporal point process modelling are presented. The emphasis is put on filtering in a doubly stochastic situation. The problems are demonstrated on a biological experiment. Relevant Monte Carlo methods are discussed.

Konzervativní částicový systém jako model dopravní špičky

Lucie Fajfrová (ÚTIA AV ČR)

fajfrova@utia.cas.cz

Příspěvek bude věnován často studovanému částicovému systému, Zero-range procesu, který lze použít jako jednoduchý model pro dopravní špicku. Představíme zobecnění procesu spočívající v povolení vícenásobných skoků, což má dobrý smysl právě při dopravní interpretaci. Zajímat nás budou stacionární stavy procesu, podmínky pro existenci couplingového procesu a samozřejmě také jak neuvíznout v zácpě.

Časoprostorový Coxův proces na křivce

Blažena Frcalová (KPMS MFF UK)

frcalova@karlin.mff.cuni.cz

V prednášce bude predstaven Coxův bodový proces na křivce a jeho aplikace v neurofyziologii – modelování aktivity neuronu v oblasti hipokampu. Dále bude představen MCMC algoritmus na odhad parametru a realizace řídící intenzity tohoto procesu na základe dat, včetně metod výběru modelu. Algoritmus bude představen na simulovaných datech.

Model pro náhodné sjednocení kruhů

Kateřina Helisová (KPMS MFF UK) a Jesper Møller (Aalborg University)

helisova@karlin.mff.cuni.cz

Příspěvek se zabývá modelem pro náhodnou množinu danou sjednocením kruhů se středy v omezené množině $S \subset \mathbb{R}^2$. Tento model je popsán hustotou vzhledem k booleovskému modelu, která závisí na geometrických charakteristikách (např. plocha, obvod nebo Euler-Poicarého charakteristika) dané množiny. Budou prezentovány některé pravděpodobnostní výsledky a statistická analýza, při jejichž odvozování je využita teorie bodových procesů.

Oceňování spread opcí

Andrea Karlová (KPMS MFF UK)

andrea.karlova@gmail.cz

Mejme dvě podkladová aktiva modelovaná stochastickými procesy $(S_1(t), t \in [0, T])$ a $(S_2(t), t \in [0, T])$, kde T je konečné. Výplata evropské call opce v čase T odpovívá rozdílu těchto dvou stochastických procesu a fixní hodnoty K (strike), tj. $(S_1(T) - S_2(T) - K)^+$. Řešíme tak problém oceňování dvourozměrného opčního kontraktu.
Obsahem příspěvku je uvedení standardních metod ocenění spread opce a porovnání jejich kvality z hlediska praktického použití.

Charakterizace kompozice Poissonova a normálního rozdělení vlastnostmi jejich kumulantů

Lev Klebanov (KPMS MFF UK)

klebanov@karlin.mff.cuni.cz

Nechť $J = \{j_i, i = 1, \ldots, n, \ldots\}$ a $\sum_{i=1}^{\infty} 1/j_i < \infty$. Je-li f celá charakteristická funkce (ch.f.), κ_j jsou její kumulanty, a $\kappa_j = const$, $j \notin J$, pak f je ch.f. kompozice Poissonova a normálního rozdělení.

Exponenciální ergodicita v nekonečně-dimenzionálním prostoru

Bohdan Maslowski (MÚ AV ČR)

maslow@math.cas.cz

Po připomenutí základních pojmů (ergodicita, exponenciální a V-uniformní ergodicita) bude uveden výsledek zajišťující tyto vlastnosti pro markovské procesy v nekonečně-dimenzionálním prostoru a uvedeny příklady: Rovnice stochastické hydrodynamiky a reakce-difúze.

Empirické procesy pro závislá data

Zbyněk Pawlas (KPMS MFF UK)

pawlas@karlin.mff.cuni.cz

Uvažujme posloupnost stejně rozdělených náhodných veličin (ne nutně nezávislých). Empirickou distribuční funkci a empirický proces lze definovat obvyklým způsobem. V přednášce se zaměříme na přehled asymptotických výsledků. Bude zmíněno možné použití na modely stochastické geometrie.

Kombinatorika a pravděpodobnost

Tomáš Pazák (ÚTIA AV ČR)

`pazak@math.cas.cz`

Představení *Pravděpodobnostní metody*, pomocí které lze nekonstruktivně dokázat některá existenční kombinatorická tvrzení. Důkaz přitom spočívá v prokázání toho, že pravděpodobnost náhodného vylosování hledaného objektu má nenulovou hodnotu. Jako první použil tuto metodu P. Erdős.
Metoda bude ilustrována na několika jednoduchých učebnicových příkladech a na závěr bude uveden příklad z „praxe" a jeho využití.

Literatura:

[1] P. Erdős. Graph theory and probability. *Canad. J. Math.* 11: 34–38, 1959.

[2] N. Alon and J. Spencer. *The Probabilistic Method* (2nd edition). J. Wiley and Sons, New York, NY, 2000.

[3] J. Matoušek and J. Vondrák. *The Probabilistic Method.* KAM-DIMATIA Series, 2000-478 (2000).

Některá zobecnění Hájkovy-Rényiovy nerovnosti

Zuzana Prášková (KPMS MFF UK)

`zuzana.praskova@mff.cuni.cz`

Hájkova-Rényiova nerovnost je důležitým důkazovým prostředkem v asymptotické statistice, zejména při důkazech konvergence maxim součtu náhodných veličin nejrůznějšího typu, v současné době např. při důkazech limitních vět týkajících se detekce změn v časových řadách.
Nerovnost byla původně odvozena pro nezávislé náhodné veličiny a známé je její zobecnění pro martingaly, resp. submartingaly a inverzní martingaly. Existují další zobecnění této nerovnosti pro závislé náhodné veličiny, některé však poskytují příliš hrubé odhady. V tomto příspevku ukážeme, že Hájkovu-Rényiovu nerovnost pro martingaly a inverzní martingaly lze dokázat i pro mixingaly a posloupnosti typu strong mixing.

Testing proportionality of intensities

Soňa Reisnerová (KPMS MFF UK)

sona.reisnerova@centrum.cz

Especially in the connection with the Cox's regression model, there exist many variants of testing proportional hazards, both graphical and numerical. Here, we focus on count data, which contain sequence of numbers of events, in discretized time. Such data can be very often modelled by sequence of Poisson distributions with time dependent intensity parameter. We suggest a possible solution of problem whether the hazards in (2 or several) groups are proportional. As our hypothesis we consider two sequences of count data, $X_{tj},\ t = 1, \ldots, T,\ j = 1, 2$, that $X_{tj} \sim \text{Poiss}(a_0(t) \cdot c^{1[j=2]})$. It means they have a common baseline intensities $a_0(t)$ and the second sequence multiplied by an unknown constant c. Example is provided for illustration.

Poznámky k počátkům geometrické pravděpodobnosti

Ivan Saxl (MÚ AV ČR) a Anna Kalousová (FEL ČVUT)

saxl@math.cas.cz

i) Počátky geometrické pravděpodobnosti jsou obvykle spojovány se jménem George Leclerca, hraběte Buffona. Méně známo je, že analogii Buffonovy úlohy o čtverci lze nalézt v Newtonových zápiscích pořízených mezi lety 1664 až 1666. Smyslem Newtonova příkladu je upozornění na to, že pravděpodobnost lze definovat také jako poměr měr (v jeho příkladu ploch), a že potom v rozporu s Pascalovým a Huyghensovým pojetím poměru počtu možností může být také iracionální.
ii) Buffon je znám především svým dílem *Histoire naturelle, générale et particulière* vydávaným po 40 let a věnovaným botanice a zoologii. Jeho příspěvek k teorii pravděpodobnosti je s důkazy publikován až ve 4. dodatku tohoto díla nazvaným *Essai d'arithmetique morale* z roku 1777. Úlohy o čtverci i o

jehle však byly Buffonem předneseny již roce 1733 a jsou zmíněny v [1]. Méně známá je jeho pozornost věnovaná zalesnění [2], která zní dosti současně.
iii) V XIX. století je významný především přínos M.W. Croftona (1826-1915) obsažený v řadě článků a shrnutý v jeho slavné stati *Probability Theory* v *Encyclopedia Britannica* z roku 1885, která ze současného vydání zmizela i se svým autorem. Vedle Cauchyho a Bertranda si zmínku zaslouží i Joseph-Emile Barbier (1835-1889) se zobecněním úlohy o jehle a jejím logickým důkazem; jinak se problematika rozvíjí vedle vědeckých prací také jednotlivými úlohami didaktické i rekreační povahy publikovanými mj. Croftonem a Sylvesterem zejména v *Educational Times* založených v roce 1847.
iv) "Experimentální" stereologii rozvíjejí francouzský důlní inženýr, geolog a mineralog Achille Ernest Oscar Joseph Delesse (1817-1881) [3] a mineralog a geolog August Karl Rosiwal (1860-1923), věnující se především geologii západních Čech (např. *Thermen von Karlsbad* z roku 1895).

Literatura:

[1] Bernard le Bouyer de Fontenelle. *Histoire de l'Académie royale des sciences.* 43-45, 1735.

[2] G.-L. Leclerc de Buffon. Mémoire sur la conservation et le rétablissement des forets. *Mémoire de l'Académie royale des sciences.* 140-156, 1741.

[3] A.E.O.J. Delesse. Procédé mechanique pour determiner la composition des roches. *Ann. Mines (IV)13.* 379, 1848.

Obecný model vývoje epidemie

Jakub Staněk (KPMS MFF UK)

stanekj@karlin.mff.cuni.cz

V úvodu bude ukázán Kermack-McKendrickův model a stochastický model vývoje epidemie s vakcinací, na němž budou ukázány problémy, které nás vedly ke zkoumání obecného modelu. Tento model je popsán stochastickou diferenciální rovnicí. V příspěvku budou prezentovány podmínky pro exitenci, jednoznačnost, popř. jednoznačnost nezáporného řešení dané rovnice. Dále se bude příspěvek zabývat limitním chováním řešení a chováním řešení v přirozených bariérách.

The contact process seen from a typical infected site

Jan Swart (ÚTIA AV ČR)

swart@utia.cas.cz

The contact process is a model for the spread of a biological population, e.g., an invasive plant species or a disease. Traditionally, the process has been studied on the integer lattice, but it is also interesting to consider other lattices, such as trees. In this talk, I will sketch a proof of the fact that on any nonamenable lattice, if a contact process survives, it must grow exponentially fast. As a result, we are able to prove that on any nonamenable lattice, the critical contact process dies out.

Repairable systems with partial repairs

Jaroslav Ševčík (KPMS MFF UK)

sevcik@karlin.mff.cuni.cz

The construction and analysis of repair models is an important area in reliability. A commonly used models are the perfect repair model and the minimal repair model. In the first case each repair restores the state of a failed system to a level equivalent to a new one, whereas in the second case the repair restores the state of the system to its level prior failure. However, both of these models seems to be inadequate to model most realistic repair strategies. Therefore, the repair lying somewhere between perfect and minimal repair is of great signification in practice. The contribution deals with such kind of repair, usually called partial or general repair. Various ways of modeling the impact of partial repairs on a system condition will be mentioned. One useful general model of partial repair will be described in detail and the estimation procedure of unknown parameters in this case will be examined.

Hypothesis testing by using N-distances

Bobošarif Šokirov (KPMS MFF UK)

bobosari@karlin.mff.cuni.cz

In this talk we deal with two-sample hypothesis testing. We introduce a statistic $T(F_n, F_0)$ by N-metric and study its asymptotic distribution under the null and alternative hypothesis. Also we consider the criterion of Asymptotic Relative Efficiency and compare it with other criteria such as Kolmogorov, ω^2.

Key words: hypothesis testing, asymptotic efficiency, relative asymptotic efficiency, local exact slope, local asymptotic optimality

The absorbtion in stochastic epidemics

Josef Štěpán (KPMS MFF UK)

stepan@karlin.mff.cuni.cz

As in [1,2] we consider a stochastic epidemics (X, Y) given by the SDE:

$$dX_t = -\Phi(X_t, Y_t)\,dt + \Psi(X_t, Y_t)\,dW_t, \quad dY_t = (\Phi(X_t, Y_t) - \gamma Y_t)\,dt - \Psi(X_t, Y_t)\,dW_t$$

with $X_0 = x_0 > 0$ and $Y_0 = y_0 > 0$ and $\gamma > 0$. Put $n_0 = x_0 + y_0$ and assume that the coefficients

$$\Phi\,,\Psi \text{ are nonnegative and bounded on } [0, n_0]^2 \text{and vanish outside } (0, \infty)^2,$$
$$\text{especially on the barrier} \quad B := [x = 0] \cup [y = 0]. \tag{1}$$

Under (1), as proved in [1,2], any solution (X, Y) to the above SDE stays in $[0, n_0]$ forever. The barrier B is said to be absorbing if $(X, Y) = 0$ on $(\tau_X \wedge \tau_Y, \infty)$ where τ_X and τ_Y denote the first entry of X and Y to $x = 0$ and $y = 0$, respectively. Recall that X_t, as a nonnegative supermartingale, is absorbed by the set $[x = 0] \subset B$, hence the problem is reduced to the $[y = 0]$ - part of the barrier B. It is proved in [1,2] that under (1) the barrier B is absorbing

if either the uniqueness in law holds for the SDE **or if** there is an $\epsilon > 0$ such that $\Phi(x, y) \leq \gamma y$ holds for all $x \in [0, n_0]$ and $y \leq \epsilon$.

The authors of [1,2] suspect that any solution (X, Y) to the SDE is absorbed by B under fairly general conditions. The suspicion is supported by the following result (proved by means of Girzanov theorem):

THEOREM. *Assuming (1) and*

$$\Phi(x, y) \leq C \cdot \Psi(x, y) \quad \text{on} \quad (0, n_0] \quad \text{for some} \quad 0 \leq C < \infty, \tag{2}$$

then any solution to the SDE is absorbed by the barrier B.

Thus, the absorption is present when choosing, for example, either $\Psi = \Phi$ or $\Psi = \sqrt{\Phi}$.

References:

[1] J. Štěpán and J. Staněk. Stochastic Epidemics. The existence and uniqueness. *to be submitted to Kybernetika*, 2008.

[2] J. Štěpán and J. Staněk. Stochastic Epidemics. The absorption and examples. *to be submitted to Kybernetika*, 2008.

O rozdělení rozdílu dvou Poissonových veličin a jeho použití

Petr Volf (ÚTIA AV ČR)

volf@utia.cas.cz

The construction and analysis of repair models is an important area in reliability. A commonly used models are the perfect repair model and the minimal repair model. In the first case each repair restores the state of a failed system to a level equivalent to a new one, whereas in the second case the repair restores the state of the system to its level prior failure. However, both of these models seems to be inadequate to model most realistic repair strategies. Therefore, the repair lying somewhere between perfect and minimal repair is of great signification in practice. The contribution deals with such kind of repair, usually called partial or general repair. Various ways of modeling the impact of partial repairs on a system condition will be mentioned. One useful general model of partial repair will be described in detail and the estimation procedure of unknown parameters in this case will be examined.