

Zkoušková písemka z NMAA104 - 23.5.2022

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(12 bodů) Sečtěte

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - 1) \left(\frac{-1}{2}\right)^n.$$

2.(16 bodů) Mějme

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x}{1 + n^4 x^2}.$$

- Pro jaká $x \in \mathbf{R}$ tato řada konverguje?
- Je F spojitá na $(0, \infty)$?
- Je F spojitá na svém definičním oboru?

3.(12 bodů) Rozviňte funkci

$$f(x) = \operatorname{sgn}(\cos 2x).$$

do sinové Fourierovy řady na intervalu $(0, \pi)$. Rozhodněte, k jaké funkci tato řada konverguje bodově.

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

- Nechť $A \subset \mathbf{R}$ je křivkově souvislá $\Rightarrow A$ je interval.
- Nechť $A, B \subset \mathbf{R}^2$ jsou křivkově souvislé $\Rightarrow A \times B$ je křivkově souvislá v \mathbf{R}^4 .

Přeji Vám mnoho štěstí.