

## CVIČENÍ 11.3.2013

### NELINEÁRNÍ TRENDY

1. Znázornění trendů pro různé parametry:

(a) Uvažujme modifikovaný exponenciální trend

$$T_t = \gamma + \alpha\beta^t, \quad \beta > 0.$$

Znázorněte si možné průběhy tohoto trendu pro různé volby hodnot parametrů  $\alpha, \beta, \gamma$ . V R to lze dosáhnout např. pro volby  $\alpha = 2, \beta = 0.8, \gamma = 100$ :

`a=2; b=0.8; c=100`

`curve(c+a*b^x, 0, 20)`

Stejným způsobem vyzkoušejte jiné hodnoty parametrů a dívejte se, jak se průběh trendu mění. Zejména rozlište případy

$$\alpha > 0, \beta < 1, \quad \alpha < 0, \beta < 1, \quad \alpha > 0, \beta > 1, \quad \alpha > 0, \beta > 1.$$

(b) Stejným způsobem se podívejte na průběh logistického trendu

$$T_t = \frac{\gamma}{1 + \alpha\beta^t}, \quad \beta > 0, \gamma > 0.$$

Zejména se podívejte na důležitý případ  $\beta < 1$  a připomeňte si, v jakém bodě má křivka inflexi.

(c) Nakonec uvažujte Gompertzův trend

$$T_t = \exp(\gamma + \alpha\beta^t), \quad \beta > 0$$

a připomeňte si, v čem se liší od logistického a jaké jsou jeho vlastnosti.

2. Uvažujte data `USwages.csv`. Jedná se o časovou řadu ročních průměrných mezd v USA v období 1900–1970.

(a) Načtěte si a znázorněte si data.

(b) Převeďte si proměnnou udávající čas tak, aby začínala jedničkou, tj.

`Rok=Rok-1900+1`

(c) Odhadněte kvadratický trend pro tato data a znázorněte si proložení. Je tento trend vhodný?

Podívejte se dále na rezidua z tohoto modelu.

(d) Odhadněte modifikovaný exponenciální trend. Nejprve spočítejte přibližné odhady pomocí vzorečků známých z přednášky. Znázorněte si tuto křivku do obrázku dat.

(e) Hodnoty získané v předchozím bodě použijeme jako startovní hodnoty pro funkci `nls`:

`m2=nls(Wages~c+a*b^Rok, start=list(c=c, b=b, a=a))`

Podívejte se, jak se liší odhady parametrů od těch startovacích a jak se liší výsledné křivky.

(f) Prozkoumejte rezidua z modelu. Jaké jsou naše závěry?

3. Uvažujte časovou řadu udávající počet vysokých škol v ČR od roku 1999, viz `pocetVS.csv`.

- (a) Načtete a znázorníte si data. Jaký trend lze pozorovat?
- (b) Proložte data logistickým trendem.
  - Spočtete přibližné odhady pomocí vzorců z přednášky.
  - Odhadněte trend pomocí nelineární regrese. Jako startovací hodnoty vezměte buď ty získané v předchozím bodě nebo je „tipněte“ z grafu.
  - Proložení znázorníte graficky.
- (c) Proložte data Gompertzovým trendem. Zvolte stejný postup jako v předchozím bodě.
- (d) Proložte data modifikovaným exponenciálním trendem.
- (e) Na základě všech tří modelů proveďte predikci na jedno období dopředu.
- (f) Porovnejte odhadnuté modely: srovnajte hodnotu saturační úrovně a kvalitu proložení.

SAMOSTATNÁ PRÁCE Data `pocetStudentu.csv` obsahují časovou řadu počtu studentů vysokých škol v ČR od roku 1989 do roku 2011. Proložte data vhodným trendem a na základě něj predikujte počet studentů VŠ v roce 2013.