

SPOJITÁ ROZDĚLENÍ NÁHODNÝCH VELIČIN

26.3.2013

- Rovnoměrné rozdělení.** Metro odjíždí každých pět minut. Přijdete v náhodný okamžik, takže lze předpokládat, že se doba čekání na metro řídí rovnoměrným rozdělením na intervalu $(0, 5)$.
 - Vykreslete si graf hustoty daného rozdělení.
Distributions \rightarrow Continuous distributions \rightarrow Uniform distribution \rightarrow Plot uniform distribution
Jaké jsou obecné vlastnosti hustoty?
 - Nakreslete si graf distribuční funkce.
Jaká je spojitost mezi distribuční funkcí a hustotou?
 - Uměli byste v obrázku hustoty (distr. funkce) vyznačit pravděpodobnost, že budete čekat méně než dvě minuty?
Čemu je rovna tato pravděpodobnost?
Distributions \rightarrow Continuous distributions \rightarrow Uniform distribution \rightarrow Uniform probabilities
 - Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat déle než 5 minut?
 - S jakou pravděpodobností budeme čekat přesně 5 minut?
 - Jaká je pravděpodobnost, že čekáním strávíme dobu z intervalu 1 až 5 minut?
 - Vypočítejte medián a 10 % a 90 % kvantil. Co tyto hodnoty vyjadřují?
- Ze zkušeností soudíte, že délka odpoledního spánku dítěte se řídí rovnoměrným rozdělením na intervalu $[0, 3]$ (v hodinách).
 - Jaká je očekávaná doba spánku?
 - S jakou pravděpodobností bude dítě spát alespoň jednu hodinu?
 - V kolika procentech případů se dítě vzbudí již dříve než po půlhodině?
 - Jakou délku spánku překoná dítě pouze v 5 % nejdelších spáncích?
- Normální rozdělení.** Připomeňte si, co je to normální rozdělení a jaké jsou jeho vlastnosti (střední hodnota, rozptyl, ...).
 - Nechte si vykreslit hustotu normovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$ pomocí
Distributions \rightarrow Continuous distributions \rightarrow Normal distribution \rightarrow Plot normal distribution.
 - V jakém rozmezí leží 95% všech hodnot?
 - Podívejte se, jak se změní hustota, když změním μ a σ^2 .
 - Nechte si vykreslit graf distribuční funkce. Vyčtěte z jejího grafu, čemu je roven medián.
- Předpokládejme, že výška dospělých mužů se řídí normálním rozdělením $N(180, 36)$.
 - Nechte si vykreslit graf hustoty uvažovaného rozdělení. V jakém rozmezí leží 95 % hodnot?
 - Spočtěte, s jakou pravděpodobností u náhodně vybraného dospělého muže naměříme výšku méně než 160 cm,
 - více než 190 cm,

- (d) v rozmezí 160 a 170 cm.
 - (e) Jak bychom předchozí pravděpodobnosti znázornili do grafu hustoty a distribuční funkce?
 - (f) Jakou výšku musí mít dospělý muž, aby patřil k 10% nejnižších v populaci?
 - (g) Jakou výšku musí mít dospělý muž, aby patřil 5% nejvyšších v populaci?
5. Pro ženy ve věku 18-24 let má systolický krevní tlak normální rozdělení se střední hodnotou 114.8 a směrodatnou odchylkou 13.1.
- (a) Podívejte se graf uvedeného rozdělení. V jakém intervalu leží systolický tlak pro 95 % všech žen v tomto věku?
 - (b) Jaké procento žen v tomto věku má systolický tlak pod 90?
 - (c) Jaké procento žen v tomto věku má systolický tlak vyšší než 120?
 - (d) Doktoři by rádi identifikovali ženy s „podezřele vysokým“ tlakem. Jakou mez mají zvolit, chtějí-li identifikovat 5 % žen s nejvyšším tlakem?
6. **Exponenciální rozdělení** Délka telefonního hovoru se řídí exponenciálním rozdělením se střední hodnotou 5 minut.
- (a) Nechte si nakreslit hustotu tohoto rozdělení.
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že hovor bude trvat více než 10 minut?
 - (c) Jaká je pravděpodobnost, že hovor bude kratší než 3 minuty?
 - (d) Spočítejte medián (numericky) a srovnejte jej se vzorečkem z přednášky.
 - (e) Jaká je délka 10 % nejdelsích hovorů?
7. Studie výrobků ukázala, že životnost televize (doba bez závady) konkrétního výrobce se řídí exponenciálním rozdělením se střední hodnotou 1.3 roku.
- (a) S jakou pravděpodobností Vám televize nevydrží ani 6 měsíců?
 - (b) S jakou pravděpodobností Vám televize vydrží alespoň 5 let?
 - (c) Jaká je maximální doba, po kterou vydrží 5 % nejhorších televizí (s nejkratší životností)?