Testování hypotéz o střední hodnotě
26.10.2012

Úvodní nastavení.
– Otevřete si `R Studio`.

Jednovýběrový t-test

1. Provádíme průzkum, jaký skutečný objem piva točí v nejmenované hospodě. Zakoupeno bylo 10 piv a jejich objem byl (v litrech):

   0.510, 0.462, 0.491, 0.466, 0.451, 0.503, 0.475, 0.487, 0.512, 0.505.

   (a) Zadáme si data do Rka:

   ```
   pivo=c(0.510, 0.462, 0.491, 0.466, 0.451, 0.503, 0.475, 0.487, 0.512, 0.505)
   ```

   Vektor pivo teď obsahuje naše naměřené hodnoty.

   (b) Odhadněte skutečný objem piva, který hostinský točí.

   (c) Otestujeme, zda se skutečný objev piva liší od požadované hodnoty 0.5 litru. Použijeme k tomu jednovýběrový t-test:

   ```
   t.test(pivo,mu=0.5)
   ```

   Prohlédneme si jednotlivé části výstupu. Jak bychom interpretovali výsledek?

   (d) Testová statistika t-testu porovnává průměr s testovanou hodnotou, přičemž bere v úvahu i směrodatnou odchylku a počet pozorování. Konkrétně, $T = \sqrt{n}\frac{\bar{X}-\mu_0}{S}$. Ověříme, že to Rko počítá skutečně správně podle vzorečku:

   ```
   (mean(pivo)-0.5)/sd(pivo)*sqrt(length(pivo))
   ```

   (e) Z pohledu zákazníka by nás ale spíše zajímalo, zda hostinský netočí pod míru.

   ```
   t.test(pivo,mu=0.5,alternative="less")
   ```

   Jaký je náš závěr teď?

Ověření normality

2. Předpokladem velkého množství testů je normalita rozdělení dat. Zejména v menších souborech je potřeba normalitu dat ověřit. Aby byly naše závěry o objemu natočeného piva správné, musíme ověřit, že data pochází z normálního rozdělení.

   ```
   hist(pivo,prob=T)
   lines(density(pivo))
   curve(dnorm(x,mean(pivo),sd(pivo)),min(pivo),max(pivo),add=T,col="red")

   qqnorm(pivo)
   qqline(pivo)
   ```

```
# nebo po zavolani knihovny
library(car)
qqPlot(pivo, dist="norm")

shapiro.test(pivo)
```

Wilcoxonův jednovýběrový test

3. V případě, kdy data nelze považovat za výběr z normálního rozdělení a rozsah dat není velký, nelze výsledkům t-testu zcela věřit. Pro symetrické rozdělení je možné použít jednovýběrový Wilcoxonův test:

   ```
   wilcox.test(pivo,mu=0.5)
   ```

   (Volbou parametrů correct a exact lze vybrat, zda chceme přesný test nebo asymptotický test s nebo bez korekce pro spojitost.)

   ```
   wilcox.test(pivo,mu=0.5,alternative="less",exact=T)
   ```

   Shodují se výsledky Wilcoxonova testu s výsledky t-testu?

Párové testy

4. U několika leváků byla měřena síla stisku levé a pravé ruky.

Levá	140,	90,	125,	130,	95,	121,	85,	97,	131,	110
Pravá	138,	87,	110,	132,	96,	120,	86,	90,	129,	100

   Zajímá nás, zda data potvrzují domněnku, že levá ruka u leváků silnější.

   (a) Zadáme si data do Rka:

   ```
   leva=c(140, 90, 125, 130, 95, 121, 85, 97, 131, 110)
   prava=c(138, 87, 110, 132, 96, 120, 86, 90, 129, 100)
   ```

   a prohlédneme si je pomocí obrázku:

   ```
   library(MASS)
   parcoord(cbind(leva,prava))

   #nebo hezci obrazek pomoci knihovny plotrix
   #library(plotrix)
   #ladderplot(cbind(leva,prava))
   ```

   (b) Číselně si data shrneme:

   ```
   rozdil=leva-prava
   summary(rozdil)
   ```

   (c) Chceme provést párový t-test (proti jednostranné alternativě). To lze provést následovně:

```
t.test(leva,prava,alternative="greater",paired=T)
```

nebo ekvivalentně

```
rozdil=leva-prava
t.test(rozdil,alternative="greater")
```

Jaká je výsledek testu?

(d) Na závěr je nutné ověřit předpoklady testu, tj. zda má veličina udávající rozdíl mezi levou a pravou rukou normální rozdělení.

(e) Jestliže je předpoklad normality porušen, lze použít Wilcoxonův test:

```
wilcox.test(leva,prava,alternative="greater",paired=T)

wilcox.test(rozdil,alternative="greater")
```

Dvouvýběrový t-test

6. Byl měřen obsah vápníku v krevním séru nemocných pacientů a zdravých lidí. Naměřena byla následující data [mmol/l]:

$$\text{nemocní: } 2.09, 1.80, 1.97, 2.35, 2.08, 1.90, 2.06, 2.30, 2.35$$
$$\text{zdraví: } 2.15, 2.13, 2.27, 2.52, 2.11, 2.24, 2.26, 2.34, 2.68$$

Úkolem je ověřit hypotézu, že střední obsah vápníku u nemocných jedinců je významně nižší než u zdravých lidí.

(a) Porovnejte oba výběry nejprve pro představu pomocí popisných statistik a vhodných obrázků.

(b) Ověříme, zda oba výběry pochází z normálního rozdělení.

(c) Pomocí dvouvýběrového t-testu ověříme, zda je střední hodnota obsahu vápníku skutečně nižší u nemocných jedinců:

```
t.test(nemocni, zdravi, alternative="less")
```

(Poznámka: pomocí volby `var.equal=T` lze zavolat test, který předpokládá shodné rozptyly a který je běžně prezentován v učebnicích.)

7. V případě porušení předpokladu normality lze použít dvouvýběrový Wilcoxonův (též Mannův-Whitneyův) test:

```
wilcox.test(nemocni,zdravi,alternative="less")
```

Samostatné úlohy

1. Pro stanovení obsahu určité látky v odstřikovacím přípravku lze použít drahou metodu (P). Nedávno byla ale navržena i nová, levnější a rychlejší, metoda (T). Na osmi vzorcích byla zjištěna koncentrace látky (v %) oběma metodami:

$$\text{Metoda P: } 18.60, 27.60, 27.50, 25.00, 24.50, 26.80, 29.50, 26.50,$$
$$\text{Metoda T: } 18.58, 27.70, 24.64, 24.10, 26.33, 29.33, 26.63$$

Zjistěte, zda je možné nahradit drahou metodu P levnější a rychlejší metodou T.

2. Tabulky uvádí průměrnou maximální teplotu v Praze v říjnu 12.5 stupňů Celsia. Tento říjen jsme zatím naměřili následující hodnoty

$$16, 15.5, 14, 15.5, 13, 17, 12, 8, 9, 7.5, 6, 8, 10.5, 11, 12, 14, 8.5, 9, 12.5, 12, 10.5, 9.5, 10, 9.5.$$

   Lze na základě těchto dat prohlásit, že říjen je letos prokazatelně teplejší než dříve? (Předpokládejme, že teploty v jednotlivých dnech jsou na sobě nezávislé.)

3. V říjnu 2011 jsme naměřili následující teploty:

$$16, 15.5, 15, 15.5, 15, 17, 13, 8, 7.5, 8, 14.5, 12.5, 8, 5.5, 5, 5, 5, 5, 10, 8, 5.5, 3, 4, 8.5, 10.5, 11, 12, 11, 10.$$

   Je pravda, že je letošní říjen teplejší ve srovnání s loňským rokem?
   (Opět předpokládejme nezávislost teplot v jednotlivých po sobě jdoucích dnech).