

VÝSLEDKY PŘÍKLADŮ ZE CVIČENÍ

POSLEDNÍ ÚPRAVA: 23. LISTOPADU 2012

CVIČENÍ 1: KLASICKÁ PRAVDĚPODOBNOST

1. 4 kostky:

- (a) $5/18$
- (b) $1/16$
- (c) $10/6^4$
- (d) $1 - 5/6^4$
- (e) $1 - (5/6)^4$

2. rum: a) $3/10$ b) $5/6$ 3. klíče: $1/8$

4. sekretářka:

- (a) $1 - 1/2 + 1/3! - \dots + (-1)^n 1/n! = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} 1/k! = 1 - \sum_{k=0}^n (-1)^k/k!$
- (b) $\sum_{k=1}^n (-1)^k/k! \rightarrow 1 - e^{-1}$ pro $n \rightarrow \infty$

5. cestující ve vlaku (Maxwellovo-Boltzmanovo schéma)

- (a) $P(A_k) = \binom{r}{k} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{r-k} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^k$ pro $k = 0, 1, \dots, r$ a $P(A_k) = 0$ pro $k > r$
- (b) $P(B) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{n-k}{n}\right)^r$ pro $r \geq n$ a $P(C) = 0$ pro $r < n$
- (c) $\lambda^k e^{-\lambda}/k!$ pro $k = 0, 1, 2, \dots$

CVIČENÍ 2: VLASTNOSTI PRAVDĚPODOBNOSTI, GEOMETRICKÁ PRAVDĚPODOBNOST

1. peníze do obálek (Boseovo-Einsteinovo schéma)

- (a) $P(A_k) = \frac{\binom{n+r-k-2}{r-k}}{\binom{n+r-1}{r}} = \frac{r!(n+r-2-k)!(n-1)}{(r-k)!(n+r-1)!}$ pro $k = 0, 1, \dots, r$ a $P(A_k) = 0$ pro $k > r$
- (b) $P(B) = \frac{(r-1)!r!}{(n+r-1)!(r-n)!}$ pro $r \geq n$ a $P(B) = 0$ pro $r < n$

2. $11/36$ 3. $1/4$ 4. a) 0.1 b) 0.6 5. (a) v obou $b/(a+b)$,

- (b) $\frac{\binom{b}{k} \binom{a}{n-k}}{\binom{a+b}{n}}$, (c) $b/(a+b)$.

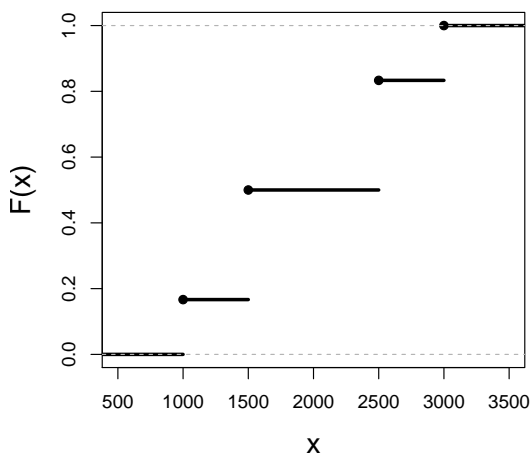
CVIČENÍ 3: NEZÁVISLOST, PODMÍNĚNÁ PRAVDĚPODOBNOST, VĚTA O ÚPLNÉ PRAVDĚPODOBNOSTI A BAYESOVA VĚTA

1. (a) $2/5$ (b) jsou závislé
2. jevy nejsou nezávislé, jsou pouze po dvou nezávislé
3. $2/5$
4. mandarinky: $3/80$
5. dlouhé vlasy: a) 0.31 b) $24/31 = 0.77$
6. spamy: a) $3/75$, b) $8/25$
7. lovci: $3/29$, $8/29$, $18/29$

CVIČENÍ 4: BAYESOVA VĚTA — POKRAČ.

1. studenti: (a) $28/45$ (b) ze skupiny B (c) $1 - (0.2)^3(0.4)^4(0.6)^2$
2. profesor: $\frac{3^3}{4^4 - 3^4} = \frac{27}{175}$
3. truhly: $2/3$
4. zloděj:
 - (a) rozdělení X : $P(X = 1000) = 1/6$, $P(X = 1500) = 1/3$, $P(X = 2500) = 1/3$, $P(X = 3000) = 1/6$;

$$(b) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1000, \\ 1/6, & x \in [1000, 1500), \\ 1/2, & x \in [1500, 2500), \\ 5/6, & x \in [2500, 3000), \\ 1, & x \geq 3000. \end{cases}$$



(c) rozdělení Y : $P(Y = 0) = 1/6$, $P(Y = 100) = 1/3$, $P(Y = 300) = 1/3$, $P(Y = 400) = 1/6$

(d) $P(Y > 210) = 1/2$

5. $P(X = k) = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{3}{4}\right)^{n-k}$, pro $k = 0, \dots, n$