

KLASICKÁ PRAVDĚPODOBNOST, VLASTNOSTI PRAVDĚPODOBNOСТИ

10.10.2017

- Uvažujme n různých dopisů a n různých obálek s již nadepsanou adresou. Zmatená sekretářka umístí dopisy do obálek zcela náhodně.
 - Jaká je pravděpodobnost, že je alespoň jeden dopis ve správné obálce?
 - Spočtete limitu této pravděpodobnosti pro $n \rightarrow \infty$ a zjistíte, jak se tato limita liší od přesného výsledku pro $n = 5$ a $n = 10$.
- Na cvičení z Pravděpodobnosti a statistiky se r studentů rozdělují do n paralelek cvičení. Předpokládejme, že každý student si vybírá skupinu náhodně a že počet studentů ve skupinách je neomezený.
 - Určete pravděpodobnost, že na cvičení v úterý v 9:00 se přihlásí právě k studentů.
 - Jaká je pravděpodobnost, že na každém cvičení bude alespoň jeden student?
 - Spočítejte limitu pravděpodobnosti z bodu (a) pro $n \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$ tak, že $r/n \rightarrow \lambda > 0$.
- Babička rozděljuje r tisícikorun do n obálek pro svých n vnoučat k Vánocům. Peníze rozmístí náhodně (všechna různá rozmístění peněžních obnosů jsou stejně pravděpodobná).
 - Určete pravděpodobnost, že vnuk Karel dostane právě k tisícikorun.
 - Určete pravděpodobnost, že každé vnouče dostane alespoň nějaké peníze.
 - Spočtete limitu pravděpodobnosti z bodu (a) pro $n \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$ tak, že $r/n \rightarrow \lambda > 0$.
- Pravděpodobnost, že ve vlaku není místo k sezení je 0.2, a pravděpodobnost, že vlak přijede pozdě je 0.3. Pravděpodobnost, že vlak přijede pozdě nebo v něm není místo k sezení je 0.4.
 - S jakou pravděpodobností vlak přijede na čas, ale nebudete si v něm moci sednout?
 - S jakou pravděpodobností vlak přijede včas a ještě si v něm můžete sednout?
- Házíme dvěma pravidelnými kostkami.
 - Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka za podmínky, že celkový součet je 8?
 - Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka na 1.kostce za podmínky, že padla šestka alespoň na jedné kostce?
- Ve třídě je 70% chlapců a 30% dívek. Dlouhé vlasy má 10% chlapců a 80% dívek.
 - Jaká je pravděpodobnost, že má náhodně vybraná osoba dlouhé vlasy?
 - Vybraná osoba má dlouhé vlasy. Jaká je pravděpodobnost, že je to dívka?
- Přenášíme binární soubor, který obsahuje znaky "0" a "1". Pravděpodobnost, že se při přenosu zkreslí "0" je $1/4$ a pravděpodobnost, že se zkreslí "1" je $1/6$. Je známo, že přenášené znaky "0" a "1" se vyskytují v poměru 4:3. S jakou pravděpodobností se přenášený znak zkreslí?

OPAKOVÁNÍ

Princip inkluze a exkluze:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n).$$

Nechť A, B jsou náhodné jevy, $P(B) > 0$. **Podmíněnou pravděpodobnost** jevu A za podmínky B definujeme jako

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Věta o úplné pravděpodobnosti:

Nechť A, B_1, B_2, \dots jsou náhodné jevy takové, že $B_i \cap B_j = \emptyset$ pro všechna $i \neq j$, $\bigcup_i B_i = \Omega$ a $P(B_i) > 0$ pro všechna $i = 1, 2, \dots$. Pak

$$P(A) = \sum_i P(A \cap B_i) = \sum_i P(A|B_i)P(B_i).$$