

VÝSLEDKY PŘÍKLADŮ ZE CVIČENÍ

4.12.2018

2. Uvažujte náhodný výběr X_1, \dots, X_n z rozdělení s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p}{x^{p+1}} & x \geq 1, \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde $p > 2$ je neznámý parametr.

- (a) Odhadněte parametr p momentovou metodou.
- (b) Vyšetřete vlastnosti odhadu z (a).

VÝSLEDEK.

- (a) Je-li $p > 1$, pak $EX = p/(p-1)$ a

$$\hat{p} = \frac{\bar{X}_n}{\bar{X}_n - 1}$$

(Je-li $p \leq 1$, pak $EX = \infty$ a momentový odhad neexistuje. Ze zadání ale máme uvažovat $p > 2$.)

- (b) Pro $p > 2$ máme splněné předpoklady ZVČ a tedy $\bar{X}_n \xrightarrow{P} EX = p/(p-1)$ a podle věty o spojitě transformaci pak $\hat{p} \xrightarrow{P} p$ a tedy odhad je konzistentní.

Nestrannost: $\hat{p} = g(\bar{X}_n)$, kde $g(x) = x/(x-1)$. Funkce g je na $(1, \infty)$ konvexní a tedy podle Jensenovy nerovnosti $E\hat{p} > p$ a odhad tedy není nestranný.