

VLASTNOSTI PRAVDĚPODOBNOSTI

8.10.2012

GEOMETRICKÁ PRAVDĚPODOBNOST

1. Přátelé Igor a Dano si domluví schůzku mezi 9.00 a 10.00. Jejich příchody na dané místo jsou náhodné v rámci smlouveného časového intervalu. Každý bude čekat 10 minut a pak odchází. Jaká je pravděpodobnost, že se jim podaří setkat se?

NEZÁVISLOST, PODMÍNĚNÁ PRAVDĚPODOBNOST

2. Nechtě A, B jsou neslučitelné jevy. Mohou být tyto dva jevy nezávislé?
3. Pravděpodobnost, že ve vlaku není místo k sezení je 0.2, a pravděpodobnost, že vlak přijede pozdě je 0.3. Pravděpodobnost, že vlak přijede pozdě nebo v něm není místo k sezení je 0.4.
 - (a) S jakou pravděpodobností vlak přijede na čas, ale nebudete si v něm moci sednout?
 - (b) S jakou pravděpodobností si budete moci ve vlaku sednout, jestliže přijel pozdě?
 - (c) Jsou jevy [vlak přijede včas] a [ve vlaku bude místo k sezení] nezávislé?
4. Házíme dvěma pravidelnými kostkami — modrou a zelenou. Označme jevy A =[na modré kostce padlo sudé číslo], B =[na zelené kostce padlo liché číslo], C =[součet čísel je lichý]. Jsou náhodné jevy A, B, C po dvou nezávislé? Jsou jevy A, B, C nezávislé?

VĚTA O ÚPLNÉ PRAVDĚPODOBNOSTI

5. Mezi 100 krabicemi mandarinek ze Španělska je 5 krabic se shnilými, stejně jako mezi 200 krabicemi z Řecka. Nejdříve vybereme náhodně jednu ze zásilek a potom ze zásilky náhodně vybereme krabici. Určete s jakou pravděpodobností obsahuje vybraná krabice shnilé mandarinky.
6. Přenášíme binární soubor, který obsahuje znaky "0" a "1". Pravděpodobnost, že se při přenosu zkreslí "0" je $1/4$ a pravděpodobnost, že se zkreslí "1" je $1/6$. Je známo, že přenášené znaky "0" a "1" se vyskytují v poměru 4:3. S jakou pravděpodobností se posloupnost o 6 znacích při přenosu nezkreslí, jestliže jednotlivé znaky se zkreslují nezávisle?
7. (*Polyovo urnové schéma*) Krabice obsahuje a černých a b bílých koulí. Student náhodně vytáhne jednu kouli, poznačí si její barvu a vrátí ji zpět společně s d koulí téže barvy.
 - (a) Jaká je pravděpodobnost vytažení bílé koule v prvním a druhém tahu?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že v $(n + 1)$ -ním tahu vytáhneme bílou kouli?

OPAKOVÁNÍ

Nechť A, B jsou náhodné jevy, $P(B) > 0$. **Podmíněnou pravděpodobnost** jevu A za podmínky B definujeme jako

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Nezávislost. Náhodné jevy A, B se nazývají nezávislé, jestliže platí

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Náhodné jevy A_1, \dots, A_n jsou nezávislé, jestliže pro každé $r \leq n$ a každou $\{i_1, \dots, i_r\}$ podmnožinu $\{1, \dots, n\}$ platí

$$P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_r}) = P(A_{i_1}) \cdot \dots \cdot P(A_{i_r}).$$

(Tj. součinnou podmínku musíme ověřit pro všechny dvojice, všechny trojice ... atd.)

Věta o úplné pravděpodobnosti:

Nechť A, B_1, B_2, \dots jsou náhodné jevy takové, že $B_i \cap B_j = \emptyset$ pro všechna $i \neq j$, $\bigcup_i B_i = \Omega$ a $P(B_i) > 0$ pro všechna $i = 1, 2, \dots$. Pak

$$P(A) = \sum_i P(A \cap B_i) = \sum_i P(A|B_i)P(B_i).$$