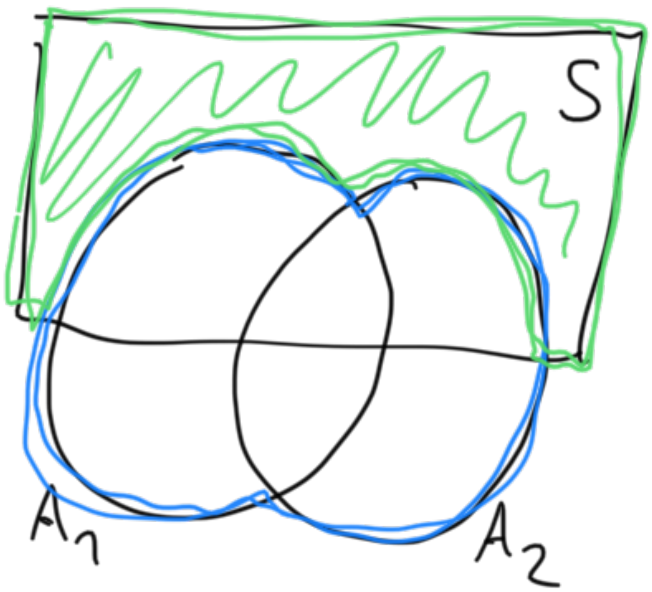
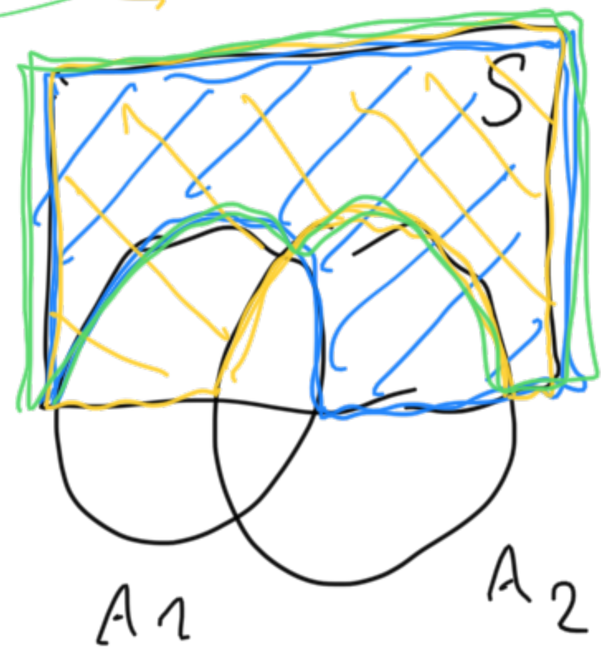
$A \Rightarrow B$

$A \Rightarrow C_1 \Rightarrow C_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow C_n \Rightarrow \dots \Rightarrow B$



$$S \setminus (A_1 \cup A_2)$$
$$\parallel$$
$$(S \setminus A_1) \cap (S \setminus A_2)$$



Důkaz:

1) CHCI $\quad S \setminus \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha \subset \bigcap_{\alpha \in I} (S \setminus A_\alpha)$

Vezmeme libovolné $x \in S \setminus \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$.

$\forall_{\alpha \in I} : x \notin A_\alpha$

$$\Leftrightarrow \overbrace{x \in S \ \& \ x \notin \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha}^{c_1} \Leftrightarrow \overbrace{x \in S \ \& \ x \text{ neleží v žádné z množin } A_\alpha, \alpha \in I}^{c_2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overbrace{\forall_{\alpha \in I} : x \in S \ \& \ x \notin A_\alpha}^{c_3} \Leftrightarrow \overbrace{\forall_{\alpha \in I} : x \in S \setminus A_\alpha}^{c_4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x \in \bigcap_{\alpha \in I} (S \setminus A_\alpha)}_{B}$$

2) CHCI $\bigcap_{\alpha \in I} (S \setminus A_\alpha) \subset S \setminus \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$: Vezmeme libovolné $x \in \bigcap_{\alpha \in I} (S \setminus A_\alpha)$

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ ... nepřímý důkaz

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(\neg B \ \& \ A)$ ... důkaz sporem

$A \ \& \ \neg B$

---

sporem: $\underset{A}{x^2=2}$ & $\underset{\neg B}{x \in \mathbb{Q}}$

$\exists p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}: \quad x = \frac{p}{q}$, p, q nesoudělná

$$x^2 = \frac{p^2}{q^2} = 2$$

$p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2$ je sudé $\Rightarrow$ p je sudé, tj.

$p = 2k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$4k^2 = 2q^2$$

$2k^2 = q^2 \Rightarrow q^2$ je sudé $\Rightarrow$ q je sudé

spor

$\forall x, y \in \mathbb{R}: \ldots \quad \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}:$

$x \geq y$ je totéž, jako $y \leq x$

$x < y$ je totéž, co $x \leq y$ & $x \neq y$

$x \in \mathbb{R}$, $x > 0$ .... kladné číslo

$x < 0$ .... záporné číslo

$x \geq 0$ .... nezáporné číslo

$x \leq 0$ .... nekladné číslo

---

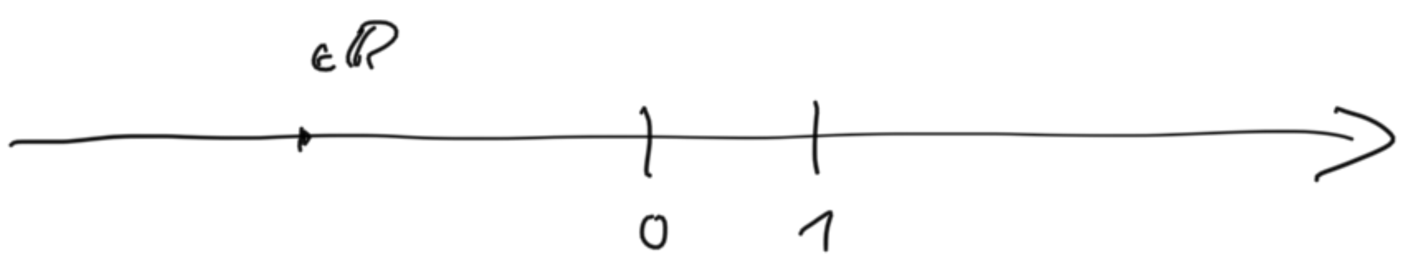
značení: $a \cdot b = ab$

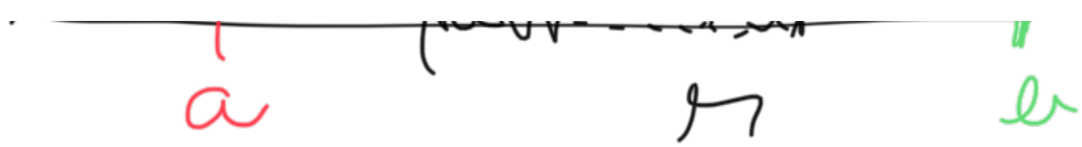
$$a + (-b) = a - b$$

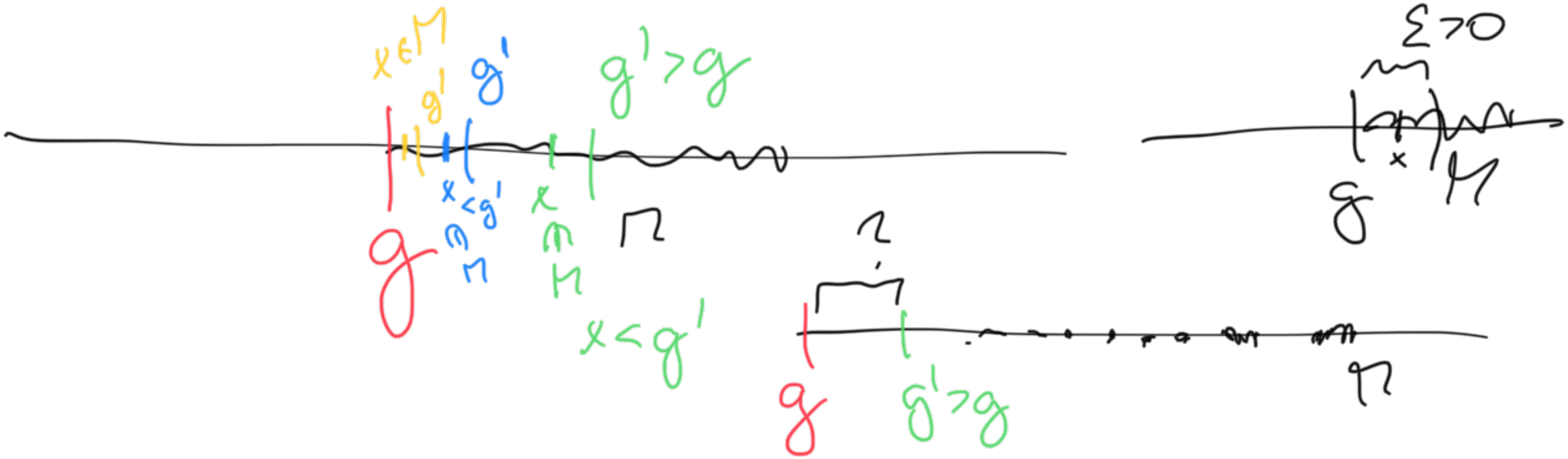
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \times} \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a \in \mathbb{R},\ a \neq 0 \ \ldots \ a^0 = 1$$

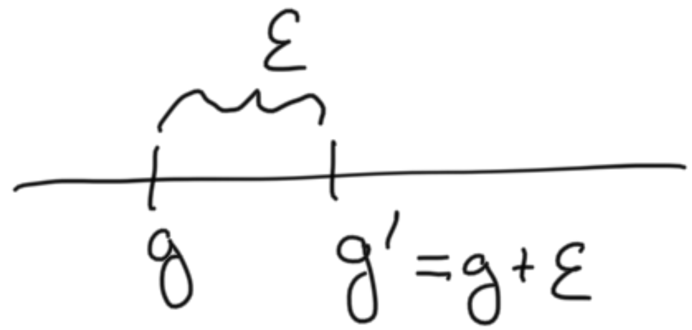




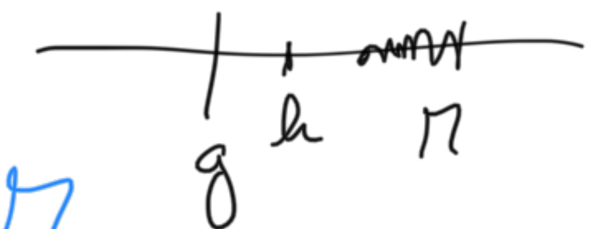


(ii) $\forall g' \in \mathbb{R},\ g' > g\ \exists x \in M:\ x < g'$

(ii)' $\forall \varepsilon \in \mathbb{R},\ \varepsilon > 0\ \exists x \in M:\ x < g + \varepsilon$



(ii)'' $\neg \left(\underbrace{\exists h \in \mathbb{R},\ h > g\ \underbrace{\forall x \in M:\ x \geq h}_{h \text{ je dolní závora } M}}_{\text{existuje dolní závora } M \text{ větší než } g} \right)$



→ není pravda, tj. neexistuje — " —

tedy g je <u>největší</u> dolní závora M

$$\forall x \in \mathbb{R}: \quad 0 \cdot x = 0$$

$$\hookrightarrow \quad x = 1 \cdot x = (1+0) \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = x + 0 \cdot x \quad \Big/ + (-x)$$

$$\underbrace{-x + x}_{=0} = -x + (x + 0 \cdot x) = (\underbrace{-x + x}_{=0}) + 0 \cdot x$$

$$\underline{0} = 0 + 0 \cdot x = \underline{0 \cdot x}$$