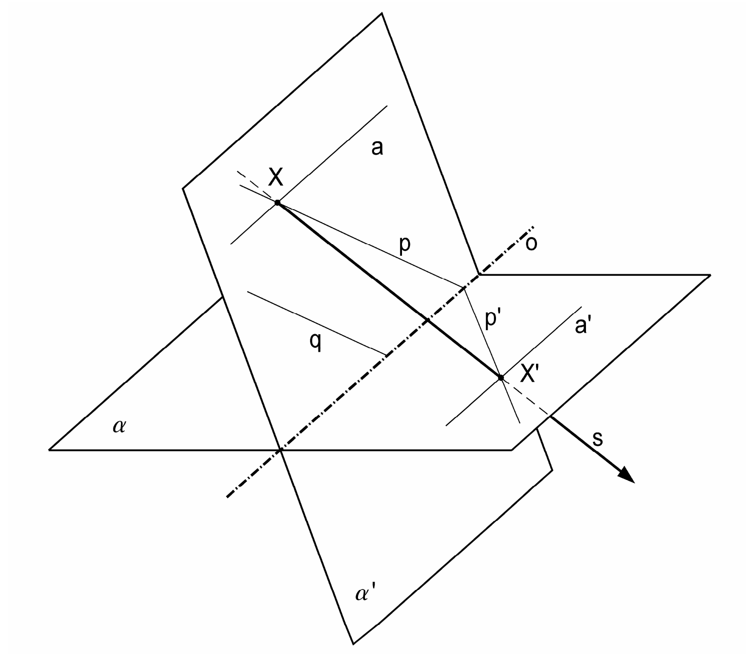
Osová afinita mezi dvěma rovinami:



$\alpha \to \alpha'$ $\qquad \mathcal{A}(\alpha \to \alpha', s)$

$s \nparallel \alpha \wedge s \nparallel \alpha'$

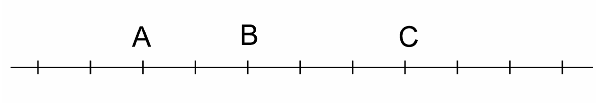
$\alpha \cap \alpha' = o$

$(a, p, q) \subset \alpha$

$a \parallel o \Rightarrow$

$p \parallel q \Rightarrow$

afinní zobrazení : lineární, zachovává dělicí poměr :

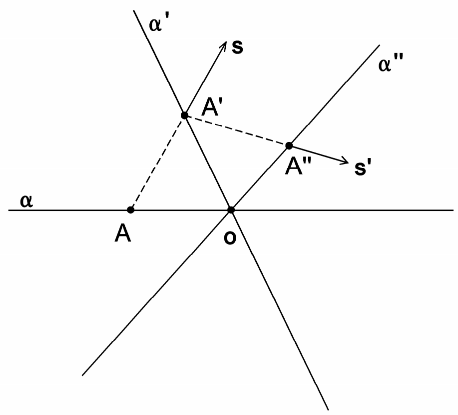


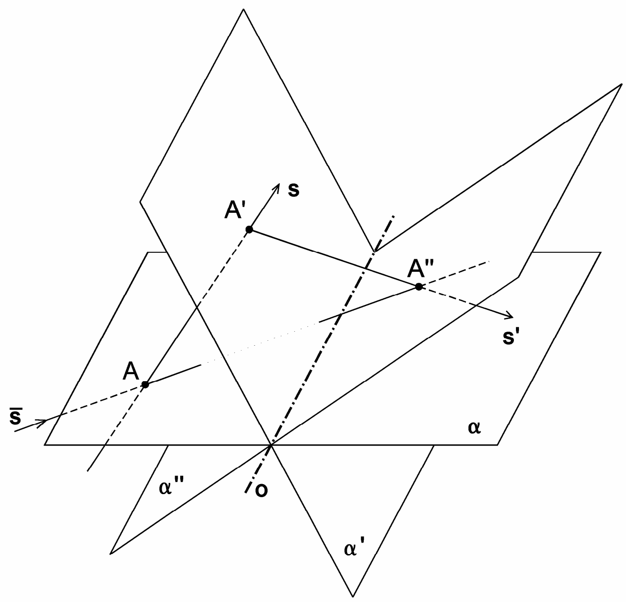
(ABC) = (ACB) = (CAB) = (CBA) =

(ABD) = -1 (ABE) = 2 (ABF) = $\frac{1}{2}$

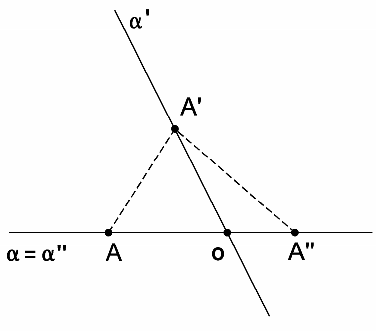
Složení dvou afinit se společnou osou afinity: $\alpha \to \alpha' \to \alpha''$

(A)

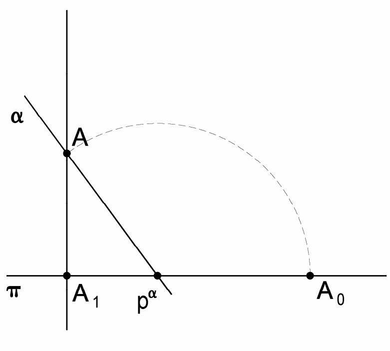




(B)

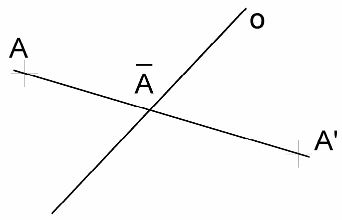


(C)

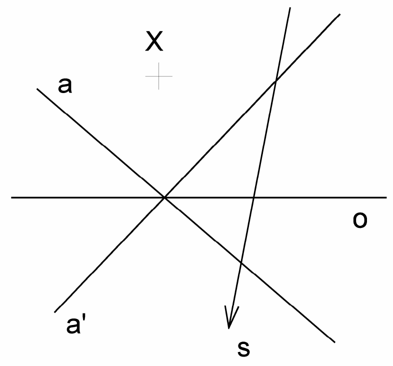


Osová afinita (v E_2) $\mathcal{A}(o; A \to A')$

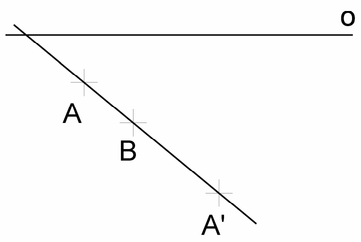
(1) samodružné přímky, samodružné body?



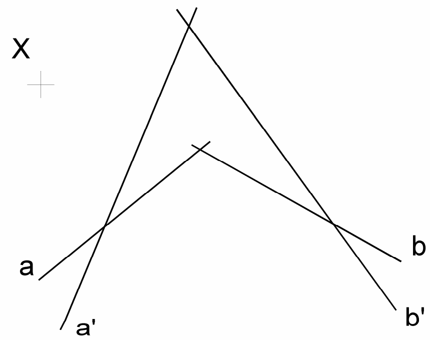
(2) $X' = ?$



(3) B' = ?

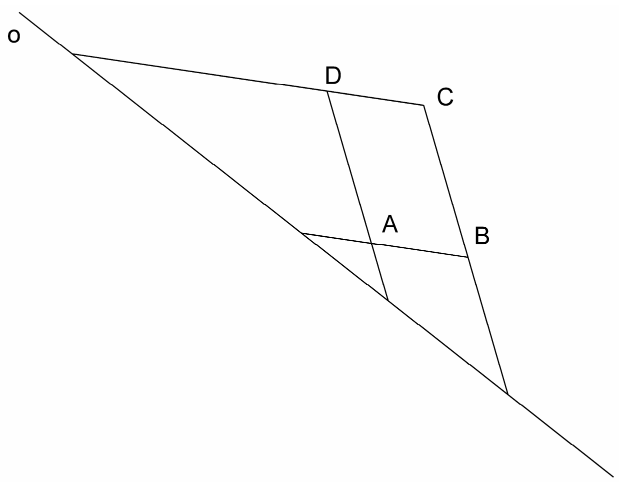


(4) o, x' = ?



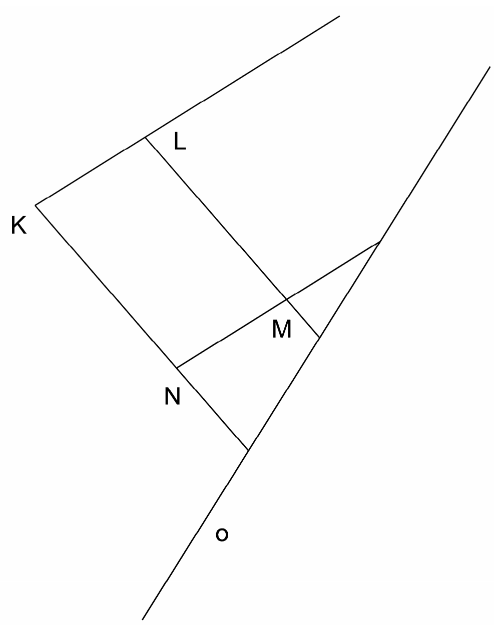
(5) $\mathcal{A}(o,\ldots) \downarrow$

dourčit OA tak, aby obrazem rovnoběžníku byl obdélník



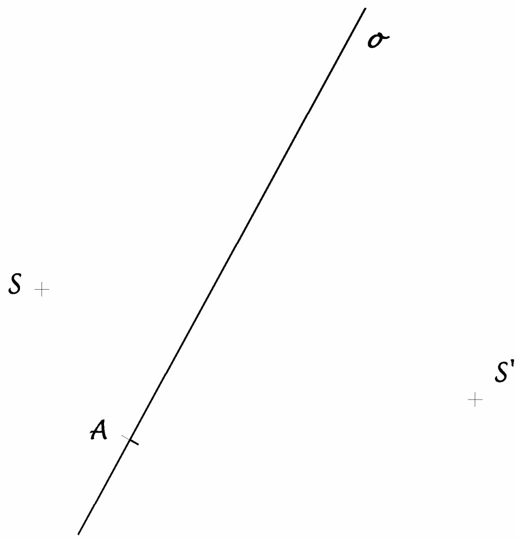
(6) $\mathcal{A}(o,\ldots) \downarrow$

dourčit OA tak, aby obrazem rovnoběžníku byl čtverec

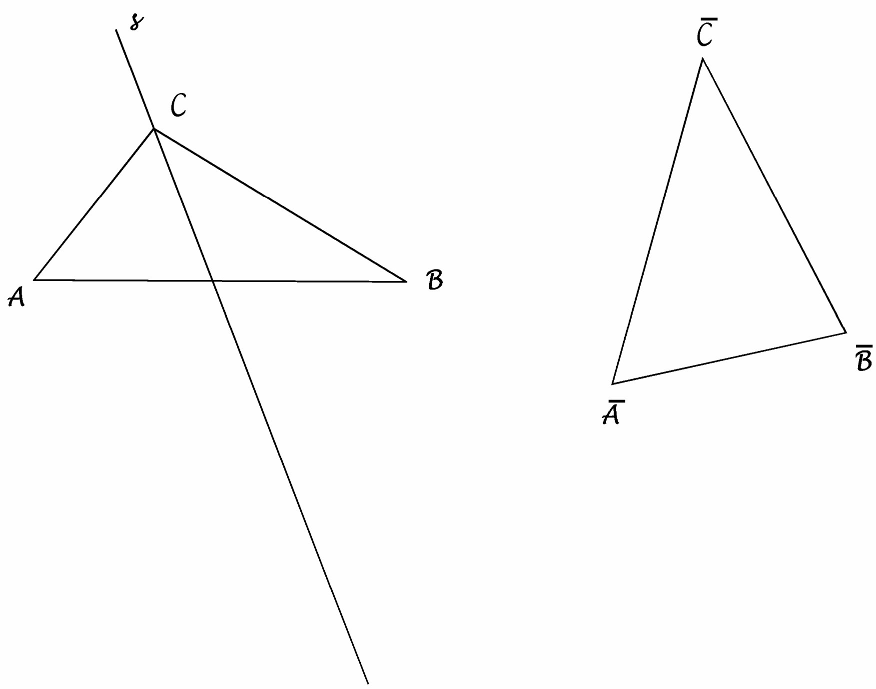


Osová afinita (v E_2)

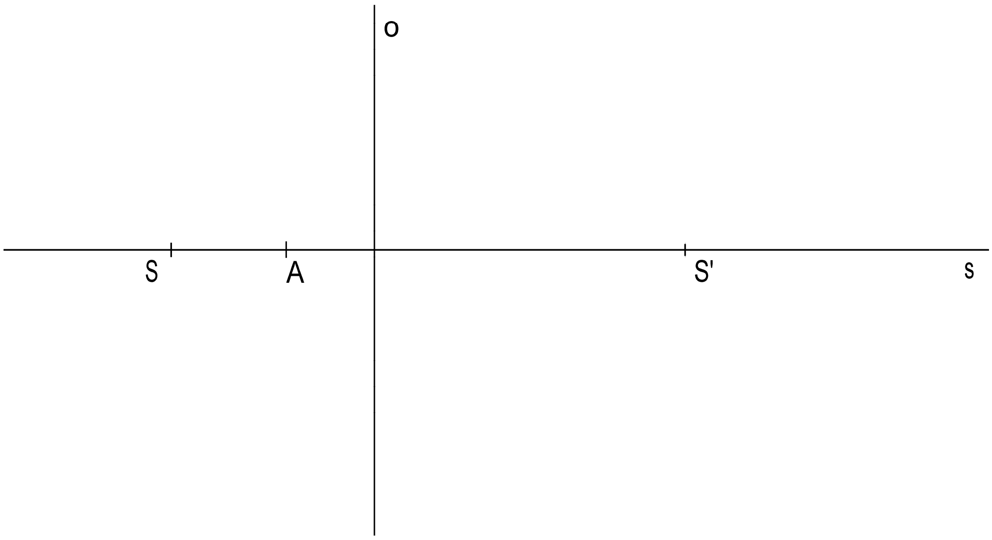
(1) Je dána osa afinity o a dvojice bodů S, S' $\mathcal{A}(o; S \to S')$
Sestrojte pravidelný šestiúhelník ABCDEF se středem S a vrcholem A ($A \in o$) a jeho obraz v osové afinitě $\mathcal{A}$



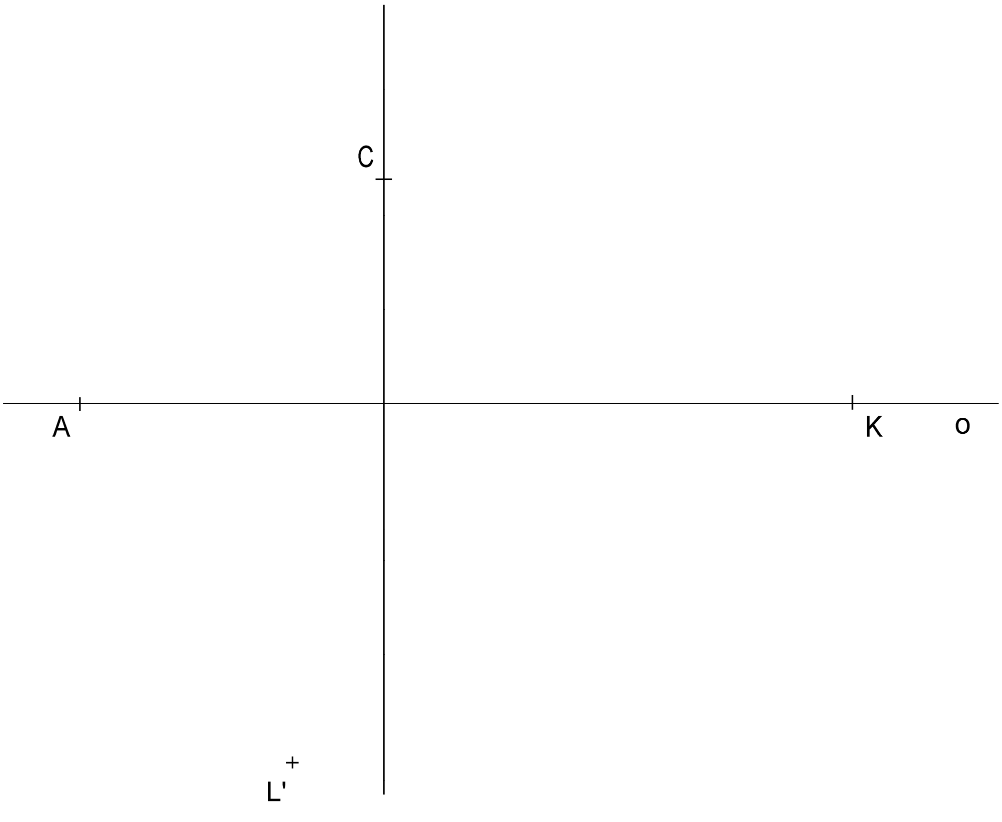
(2) Je dán směr s, $\triangle ABC$ a $\triangle \overline{A}\overline{B}\overline{C}$. Určete alespoň jednu afinitu, v níž bude pro $\triangle A'B'C'$ (obraz $\triangle ABC$ v afinitě) platit: $\triangle A'B'C' \sim \triangle \overline{A}\overline{B}\overline{C}$



Kružnice v osové afinitě v E2 k(S,SA)

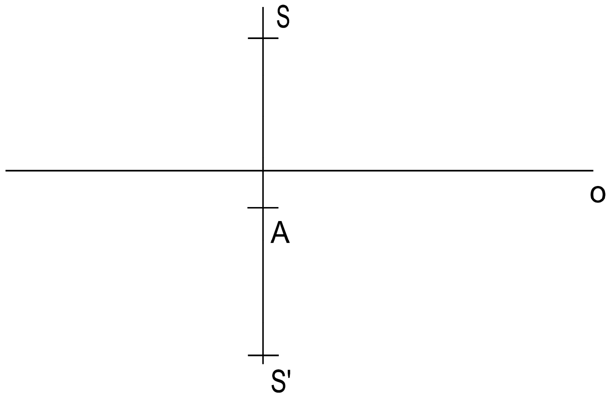


Sestrojte tečny k elipse z bodů K, L

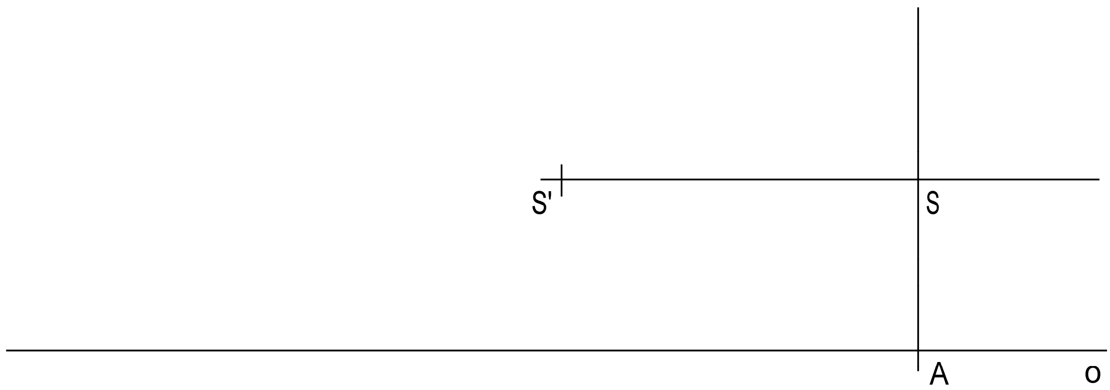


<u>Konstrukce elips – obrazů kružnice – v osové afinitě</u>

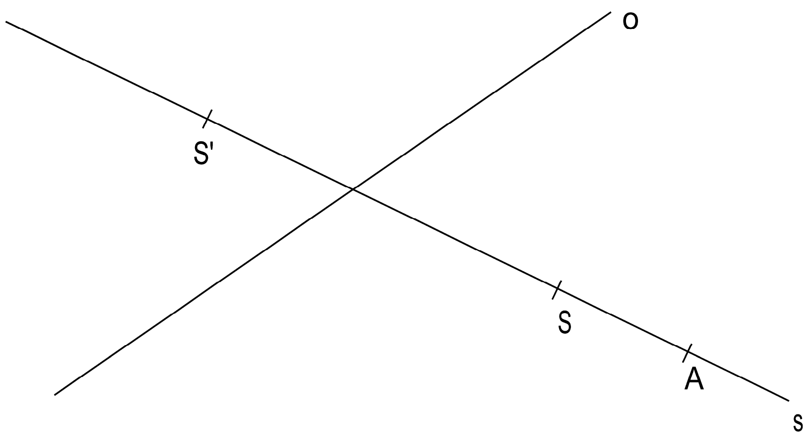
(1) $\mathcal{A}(o; S \to S')$ k(S,SA) k' = ?



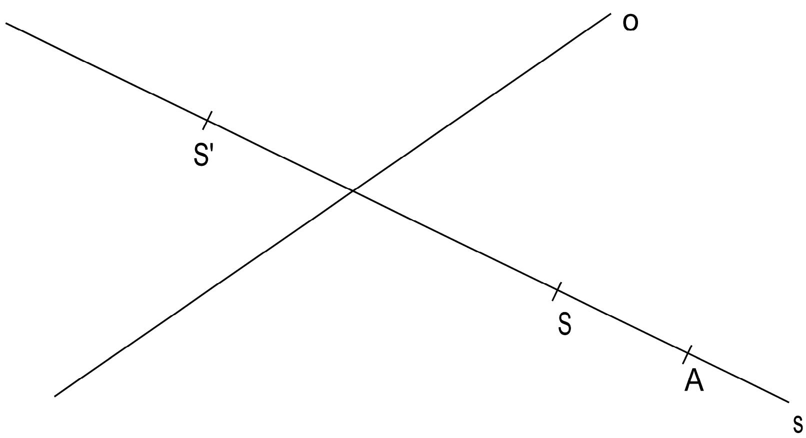
(2) Afinní elace
k(S,SA)
$S \to S'$



(3) kosoúhlá afinita
k(S,SA)
$S \to S'$

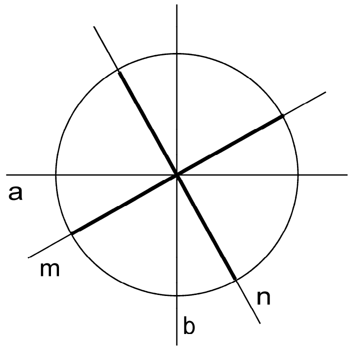


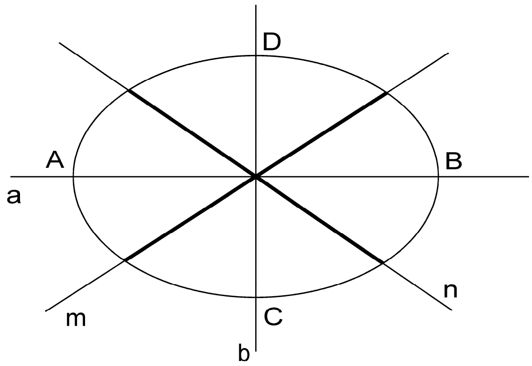
(4) přímá konstrukce os elipsy v šikmé afinitě



Sdružené průměry kružnice, elipsy

k(S,r)





e(S, A, C)

Dvojice sdružených průměrů : a, b

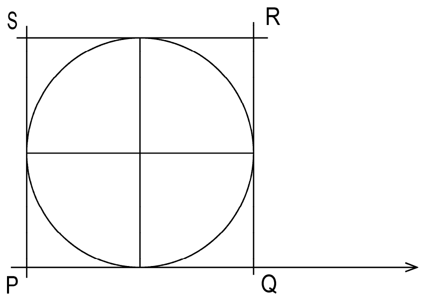
m, n

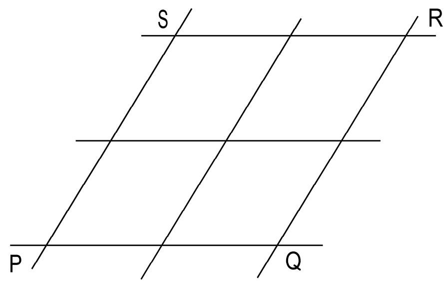
Průměr kuželosečky : každá přímka procházející jejím tělem

neomezený –

omezený –

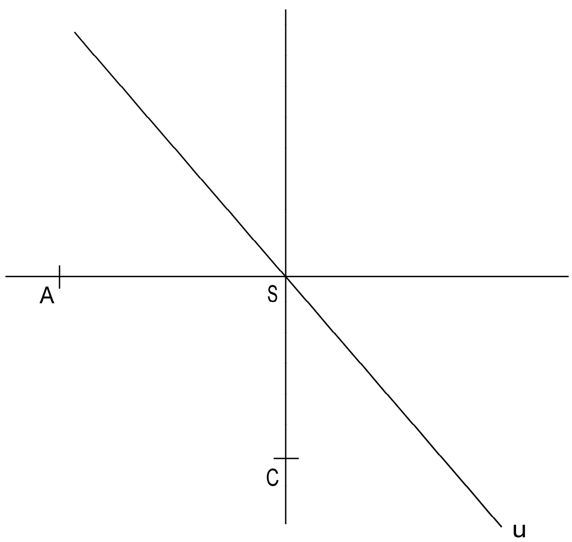
<u>obraz kružnice</u> ve volném rovnoběžném promítání : načrtněte obraz kruhu vepsaného do rovnoběžníka PQRT



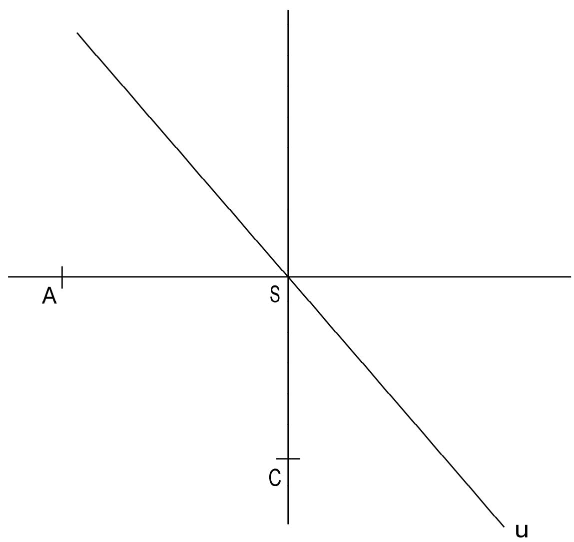


Užitím afinity <u>sestrojte průměr elipsy</u> sdružený k jejímu průměru <u>u</u>

$e \rightarrow k(S, SA)$

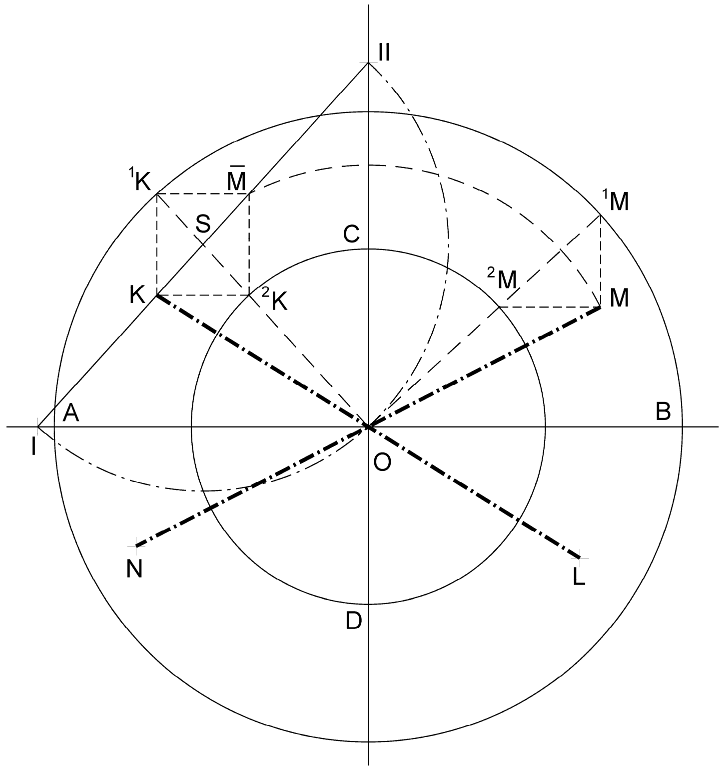


$e \rightarrow k(S, SC)$



Rytzova konstrukce elipsy z dvojice sdružených omezených průměrů

Volíme dva navzájem kolmé poloměry ^{1}MO a ^{1}KO kružnice opsané nad hlavní osou elipsy.



V kolmé afinitě jim odpovídají sdružené poloměry KO a MO.

Označíle-li ještě ^{2}K ^{2}M průsečíky obou kolmých průměrů s kružnicí opsanou nad vedlejší osou, pak je
$^{1}MM^{2}M \cong {}^{2}KK^{1}K$, neboť
$^{1}M^{2}M = {}^{1}K^{2}K \wedge {}^{1}M^{2}M \perp K^{2}K \wedge M^{2}M \perp K^{1}K$.

Otočíme $\triangle\, {}^{2}MM^{1}M$ o $90° \rightarrow$
splyne bod ^{2}M a ^{2}K, ^{1}M a ^{1}K, bod M přejde do $\overline{M}$ a je čtvrtým vvrcholem obdélníka $^{2}KK^{1}K\overline{M}$.

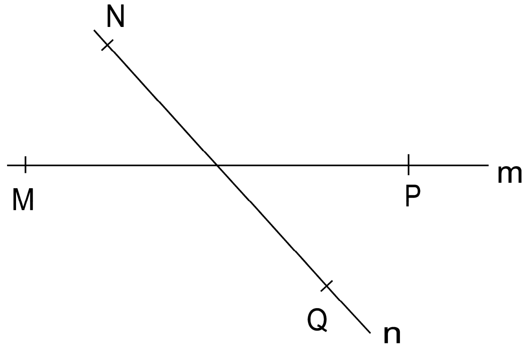
Označíme-li I, II, průsečíky jeho úhlopříčky ($\overline{M}K$) s hlavní a vedlejší osou, pak z rovnoběžnosti $^{2}KK \parallel \overline{M}\,{}^{1}K \parallel OA \wedge K^{1}K \parallel \overline{M}\,{}^{2}K \parallel CO \Rightarrow$ rovnost úseček $O^{2}K = KI = \overline{M}II = b$
$O^{1}K = \overline{M}I = KII = a$

Konstrukce :

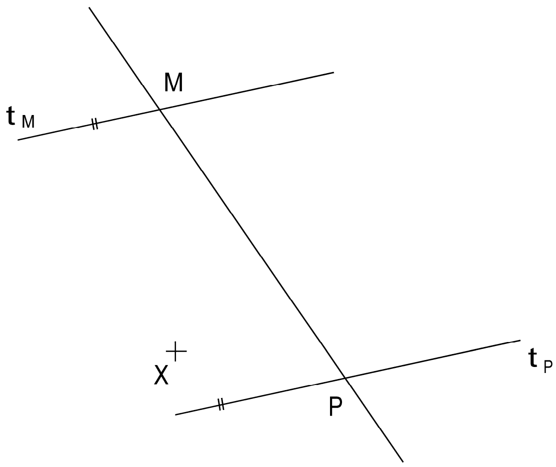
Pomocí afinity mezi kružnicí a elipsou řešte tyto úlohy:

m, n … sdružené průměry elipsy e, MP = m, NQ = n
X, Y, Z … body elipsy
t_x … tečna elipsy v bodě X
t, r … tečny elipsy (neznámý dotyk)

(1) určete vrcholy a ohniska elipsy e

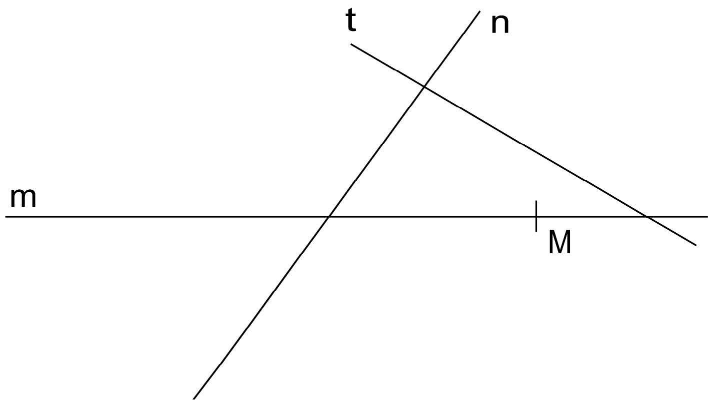


(2)



← určete koncové body průměru n sdruženého s průměrem m a tečnu t_x elipsy

(3) určete bod dotyku tečny t s elipsou e



(4) určete koncové body průměrů m, n