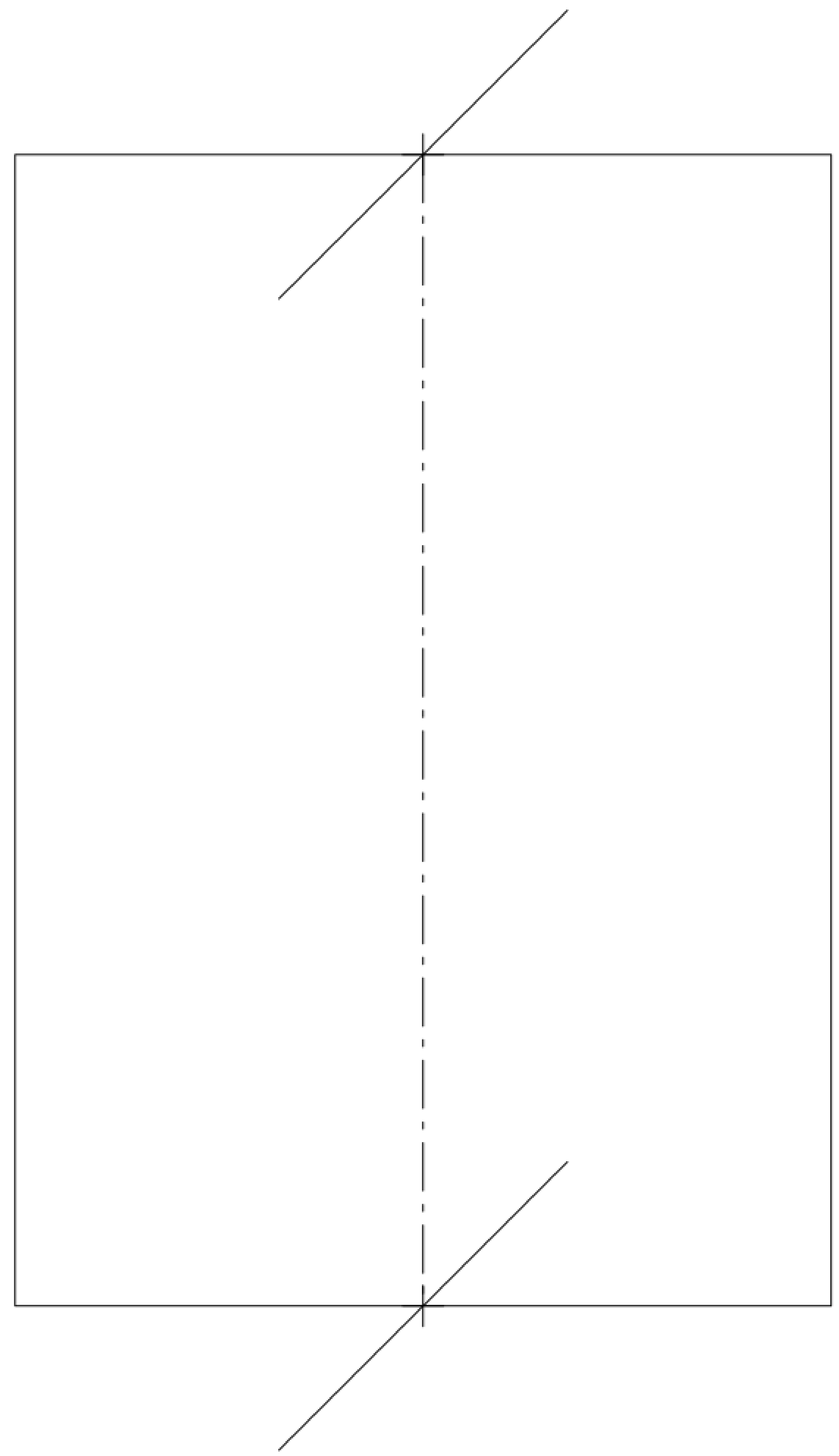
Rytzova konstrukce

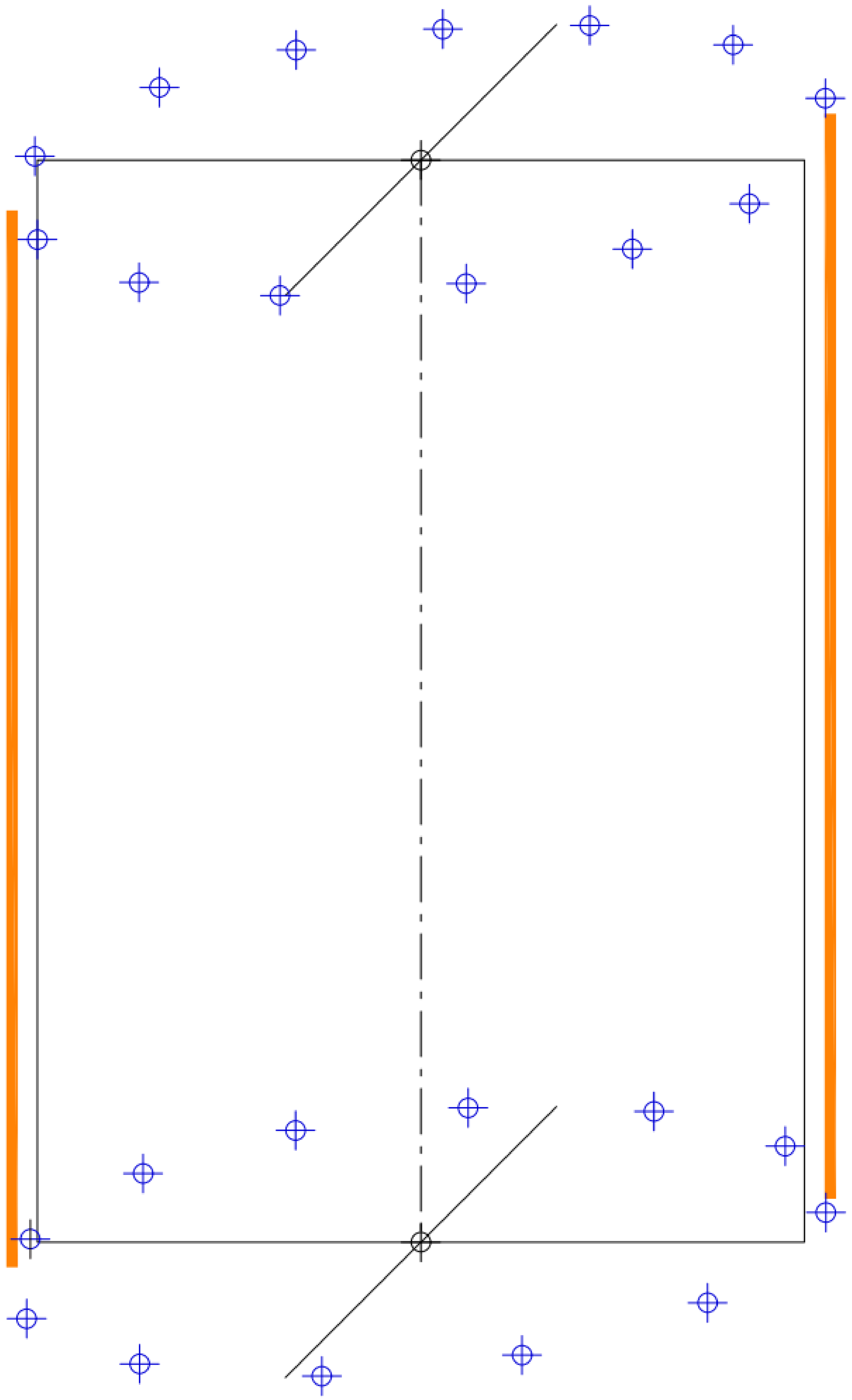
Vojtěch Pekař - zápočtová práce z předmětu grafický software

Začneme s motivačním příkladem z praxe.
Sedíme v hospodě a chceme znázornit půllitr s pivem ve stereometrii.
Jak na to???

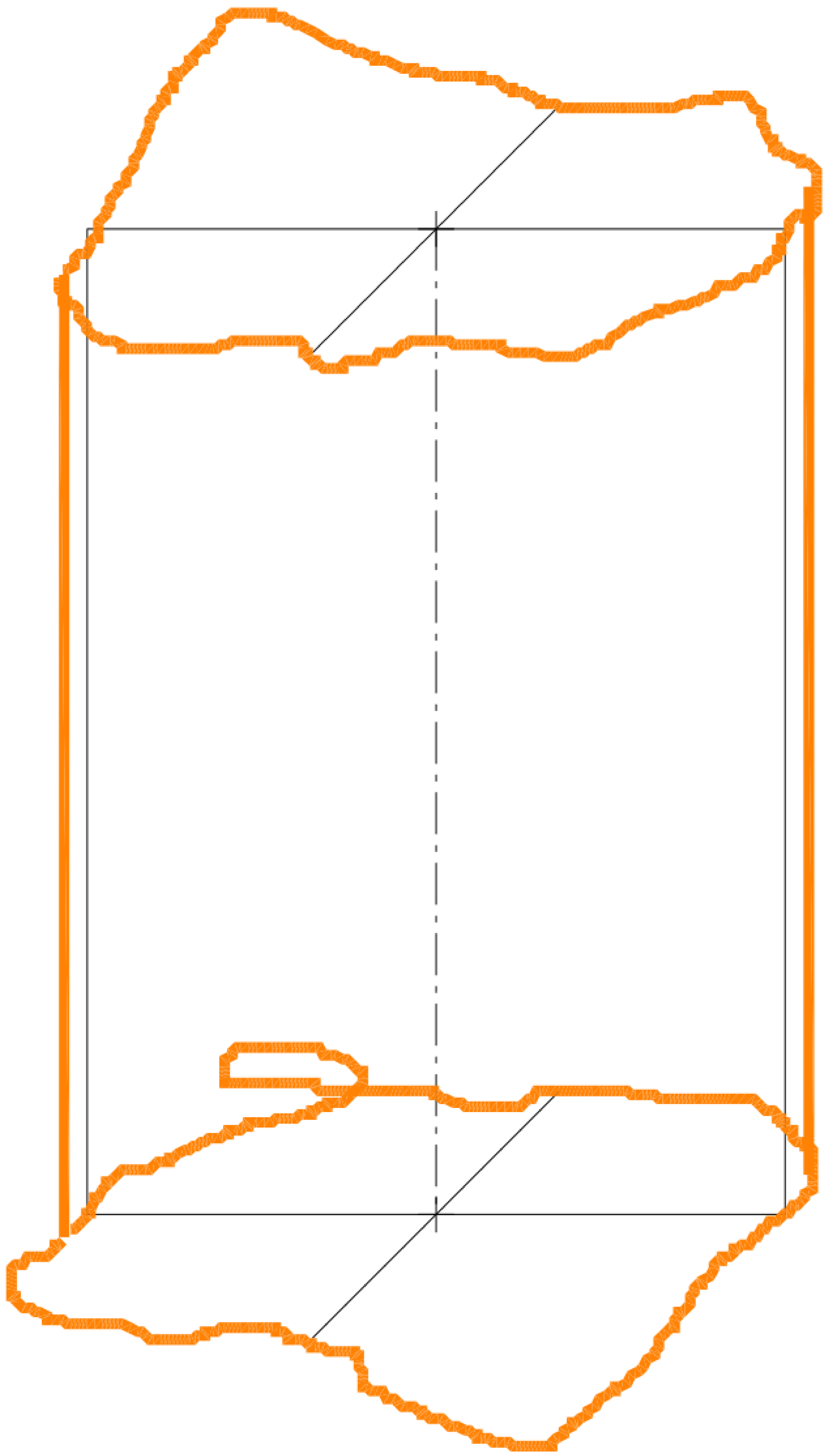


Při řešení narazíme na problém
- jak znázornit podstavu, jestliže známe pouze 2 průměry, o kterých víme, že ve skutečné velikosti jsou na sebe kolmé.

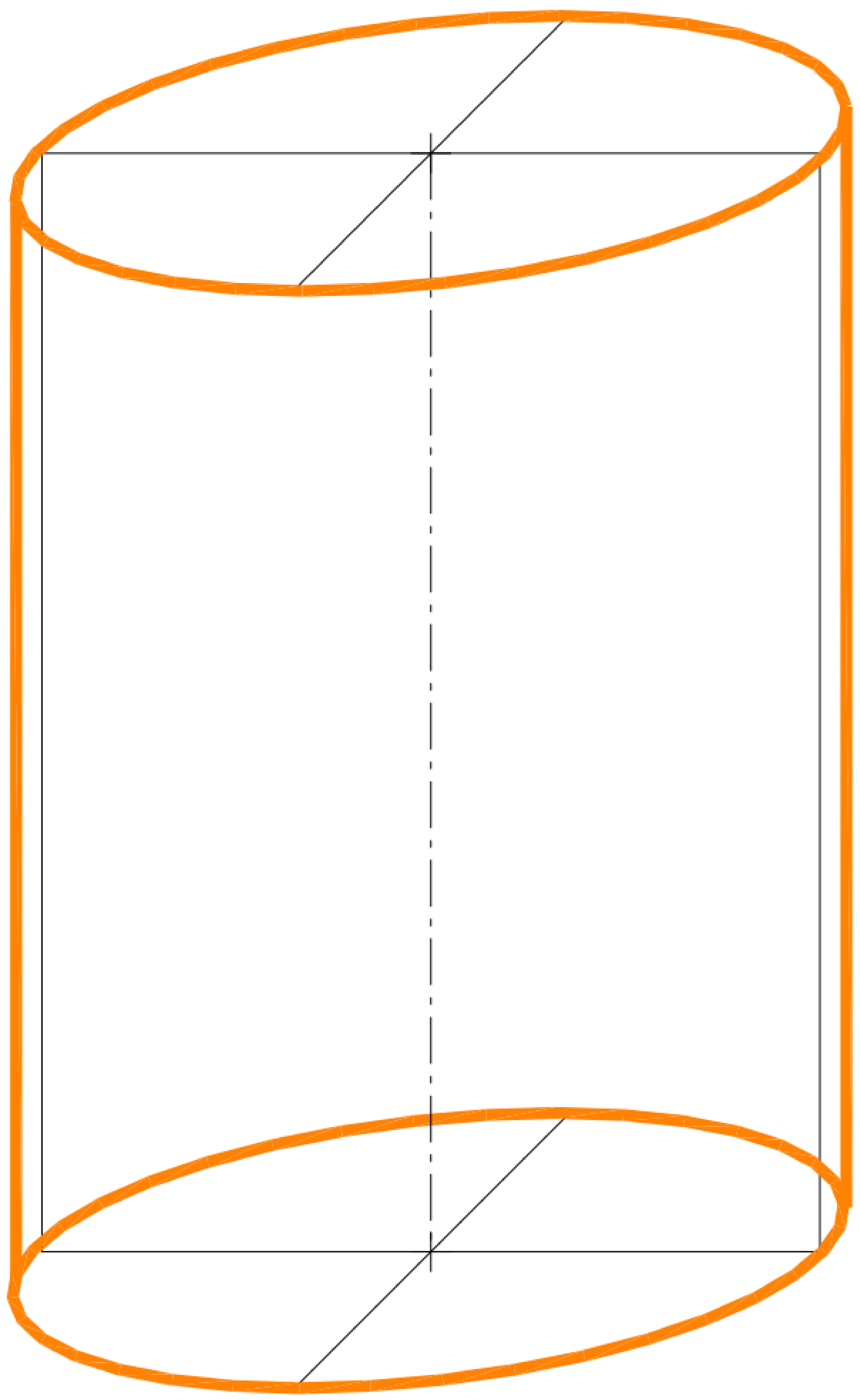
Máme několik možností:



možnost 1
setrojit spoustu jednotlivých bodů, které dohromady vytvoří elipsu



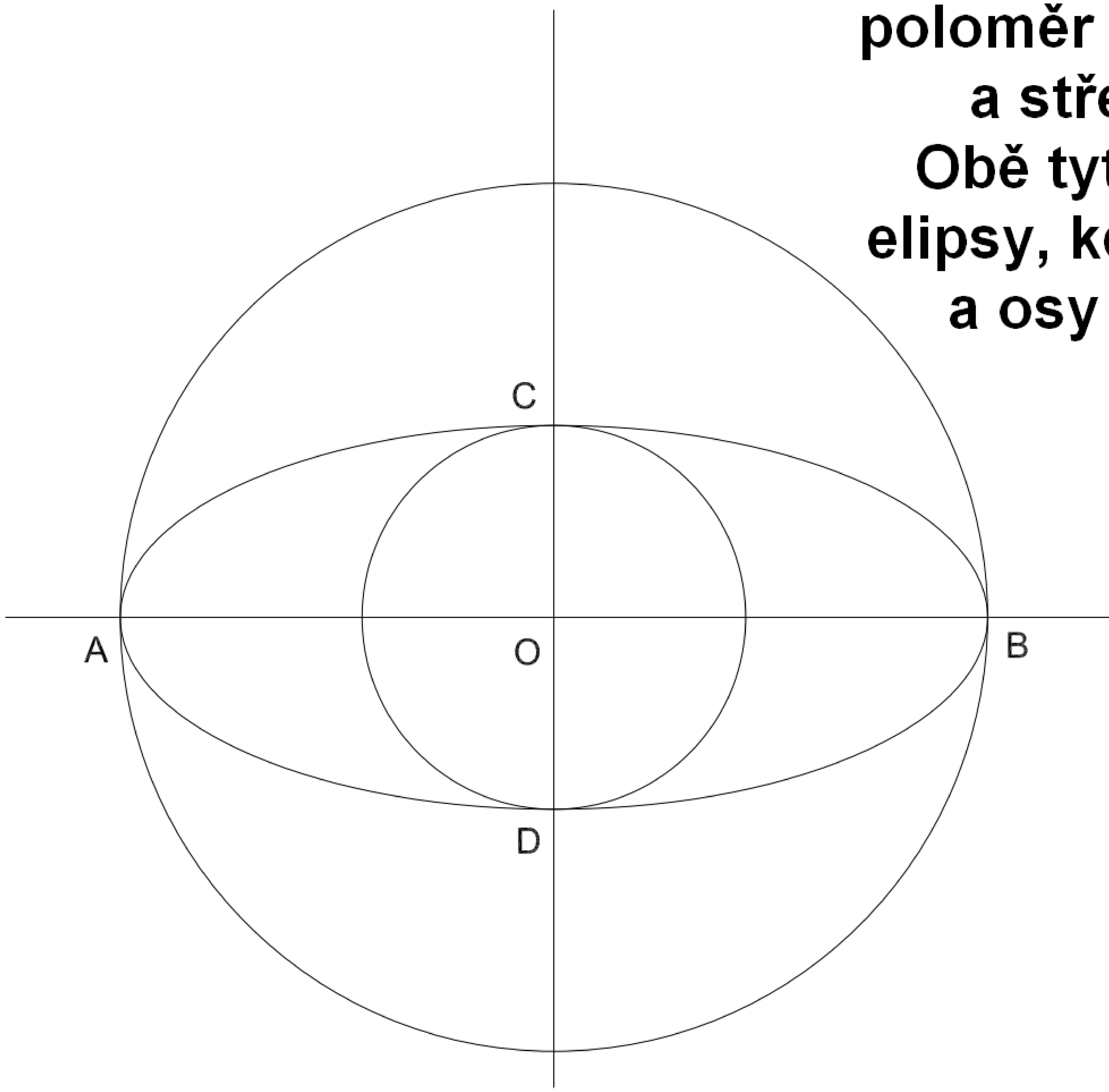
možnost 2
elipsu odhadnem od ruky



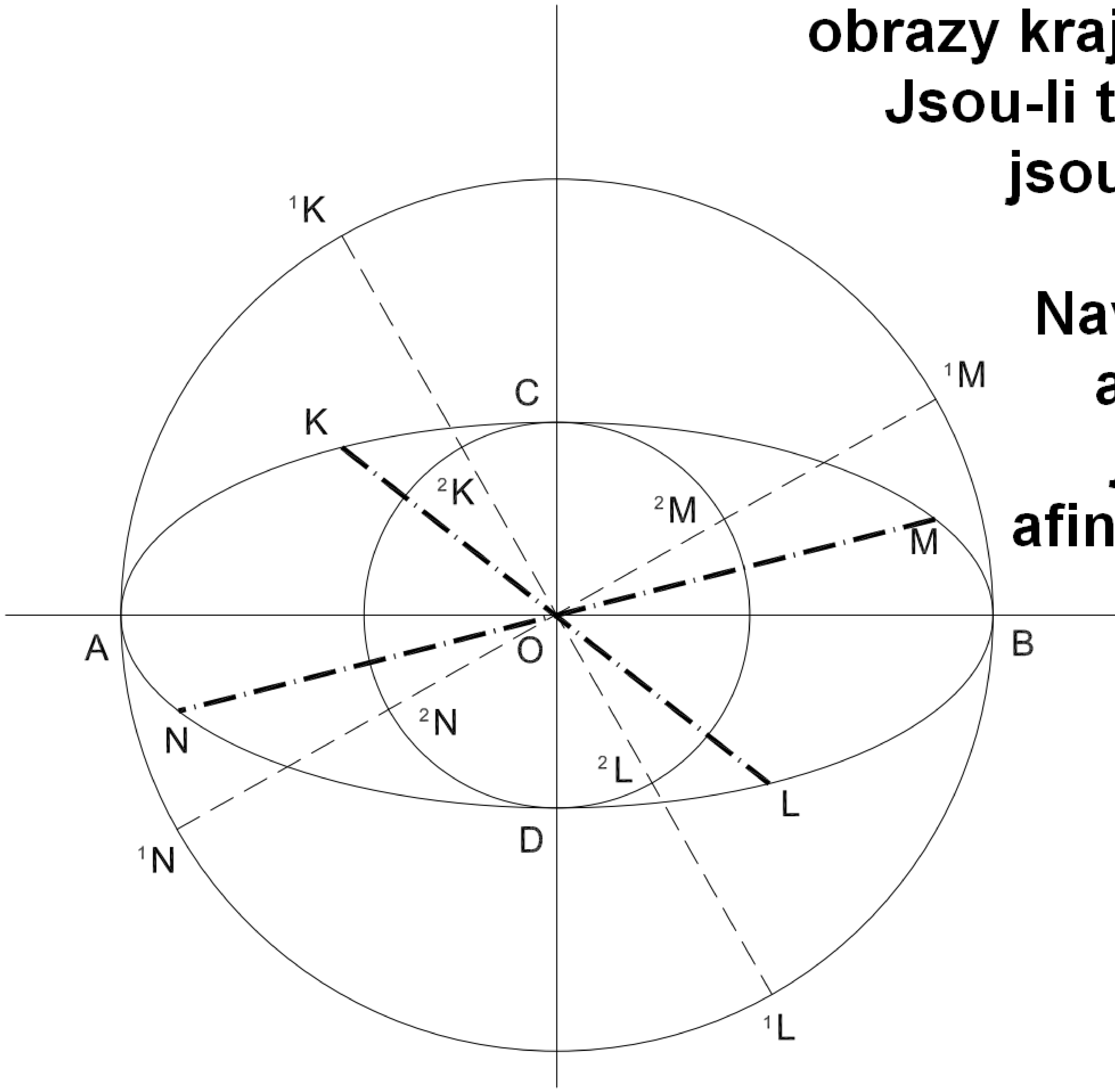
možnost 3
použít Rytzovu konstrukci

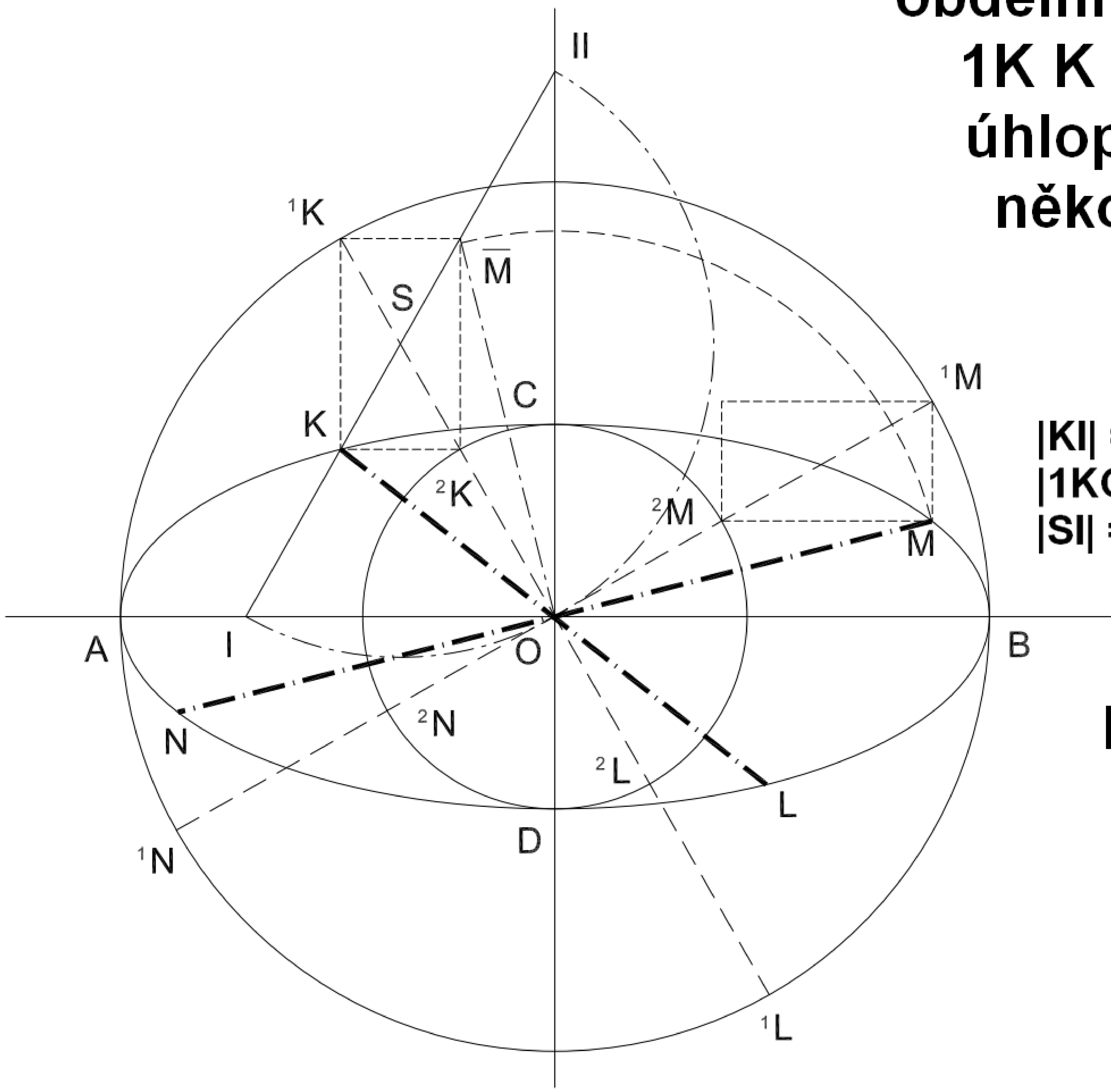
Je to metoda, pomocí které sestrojíme hlavní a vedlejší osu elipsy, což nám umožní sestrojit elipsu co nejpřesněji např. pomocí hyperoskulačních kružnic.

Představme si nejprve, že známe hlavní a vedlejší osu elipsy, této elipse máme opsanou a vepsanou kružnici tak, že mají poloměr o velikosti hlavní a vedlejší poloosy a střed je shodný se středem elipsy.
Obě tyto kružnice jsou afinním obrazem elipsy, kde hlavní a vedlejší osa jsou směry a osy afinit. Je to stejné jako např. při trojúhelníkové konstrukci.



Mějme libovolné sdružené průměry této elipsy, jejich krajními body jsou KLMN.
Zobrázíme je ve zmíněných afinitách, takže obrazy krajních bodů budou ležet na kružnicích.
Jsou-li to skutečně průměry sdružené, pak jsou po zobrazení na sebe kolmé.
(podle definice)
Navíc průměr zobrazený v jedné afinitě leží ve stejné přímce jako je zobrazený ve druhé afinitě. (tzn. $^1K\,^2K\,^1L\,^2L$ leží v přímce)



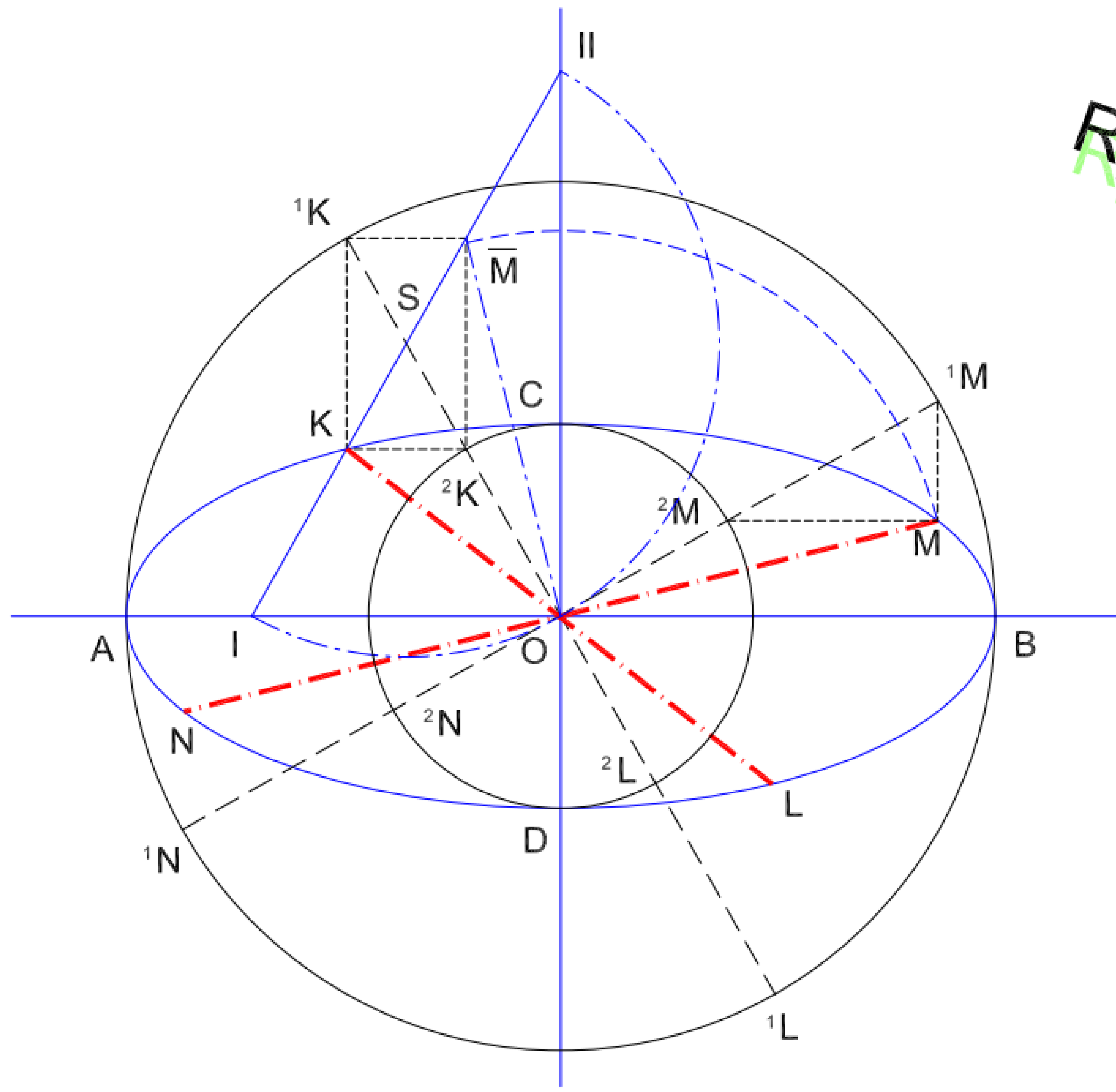


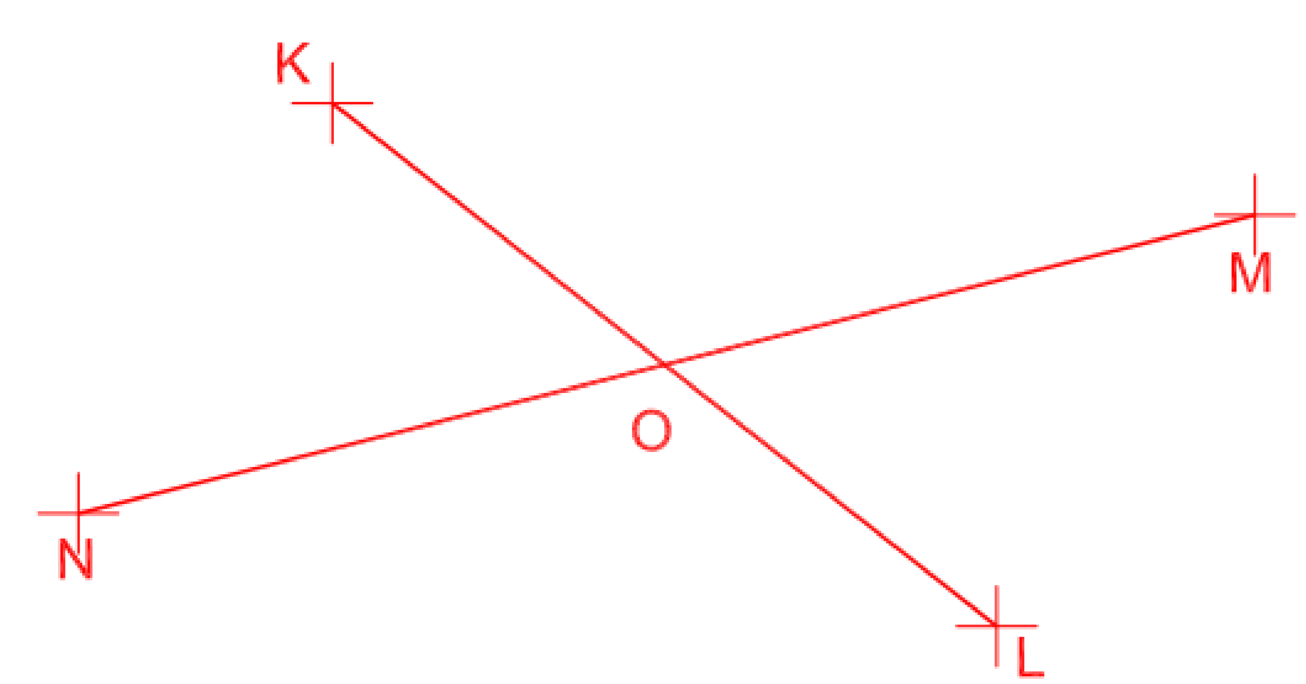
Otočme jeden ze sdružených průměrů okolo středu elipsy o 90°. Vznikne obdélník, který je na obrázku pojmenován 1K K 2K M(s pruhem) a průsečík jeho úhlopříček S. Na nákresu lze dokázat několik faktů, z toho podstatné pro kostrukci je:

|KI| = |2KO| (= polomněr menší kružnice)
|1KO| = $|I\overline{M}|$ (= poloměr větší kružnice)
|SI| = |SII| = |SO| (body I, II, O leží na kružnici se středem S)

Podle tohoto obrázku zformulujeme postup Rytzovy konstrukce.

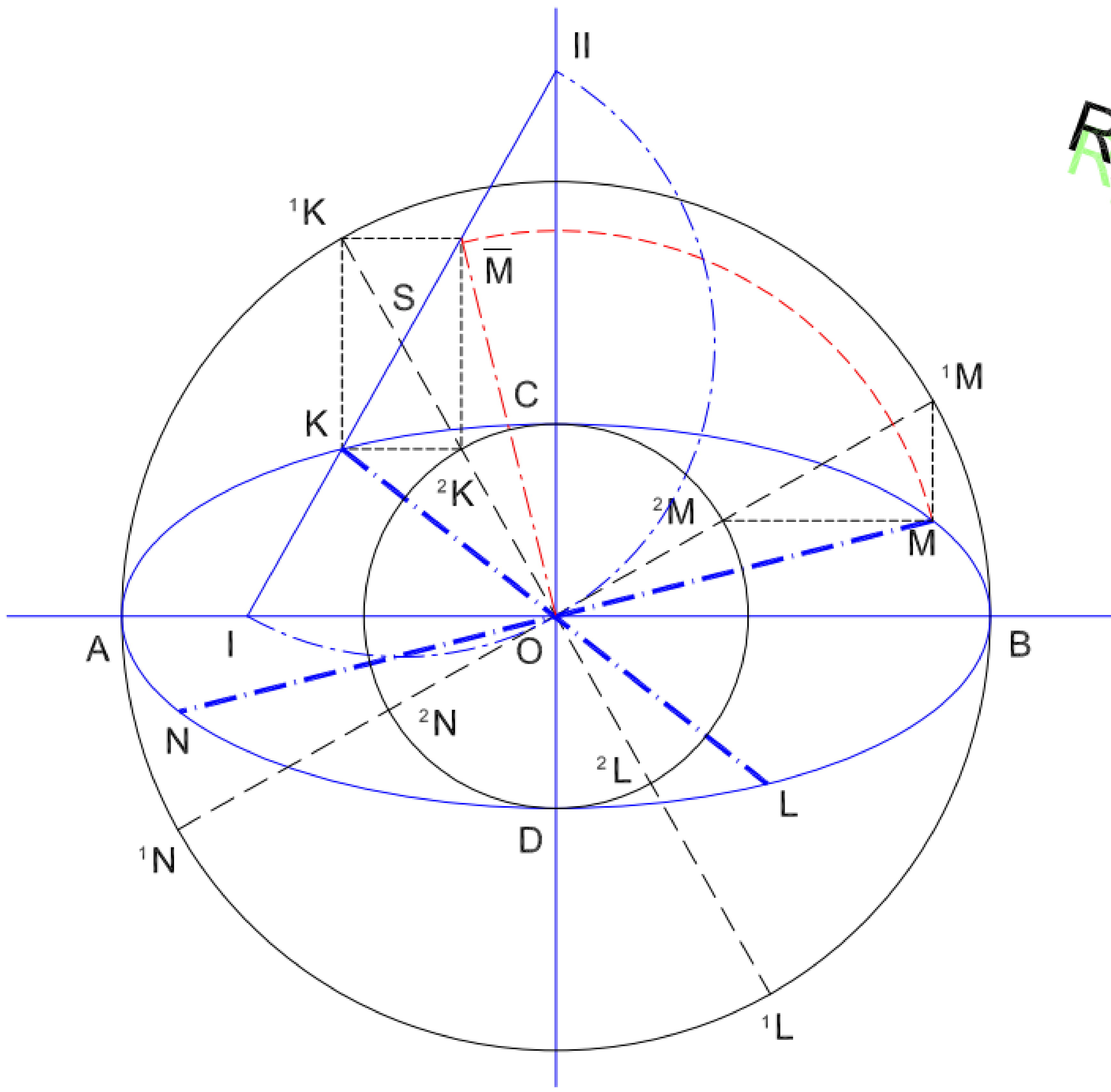
Rytzova konstrukce - postup

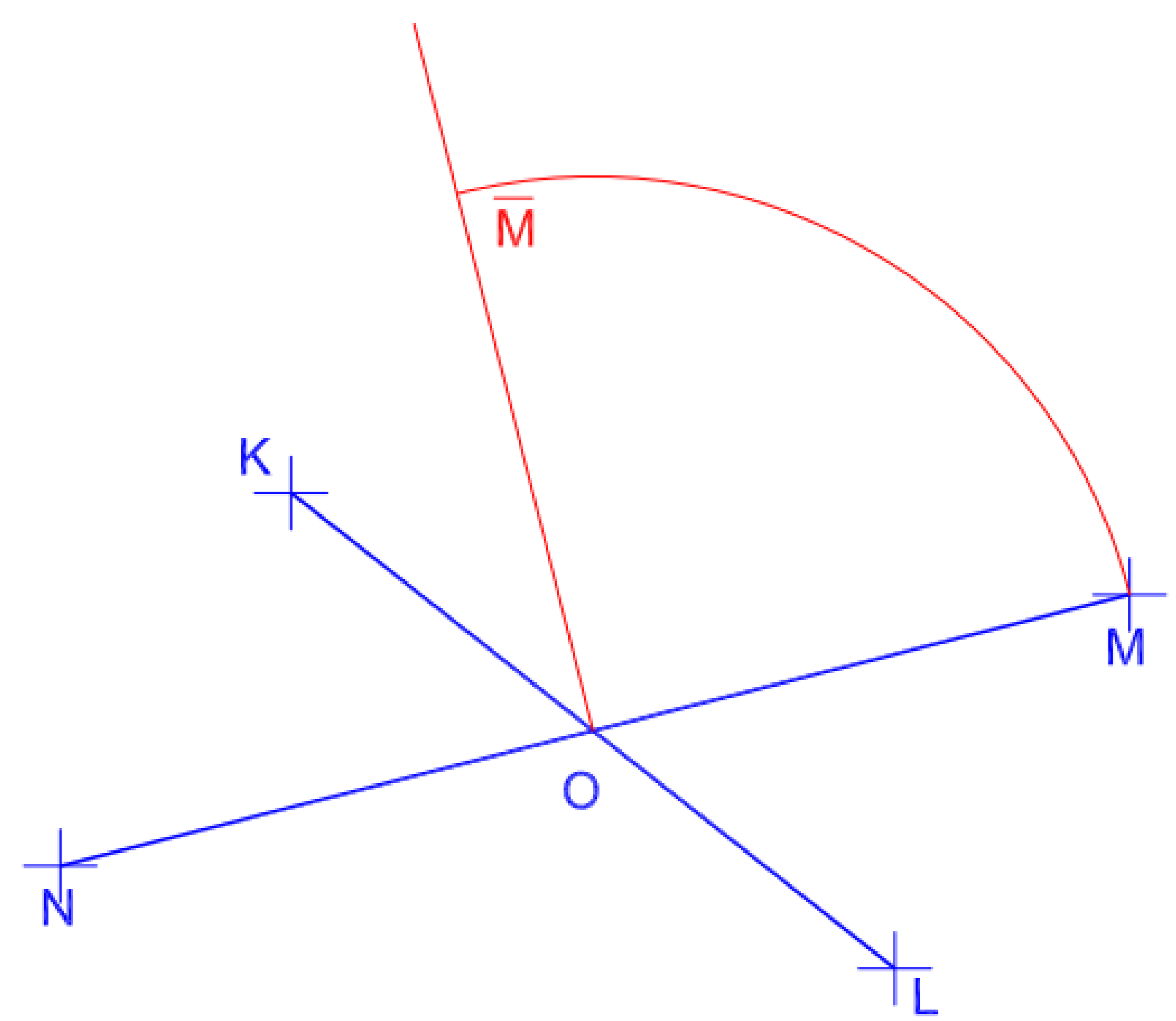




Jsou dány dva sdružené průměry elipsy – body K, L, M, N a střed O.

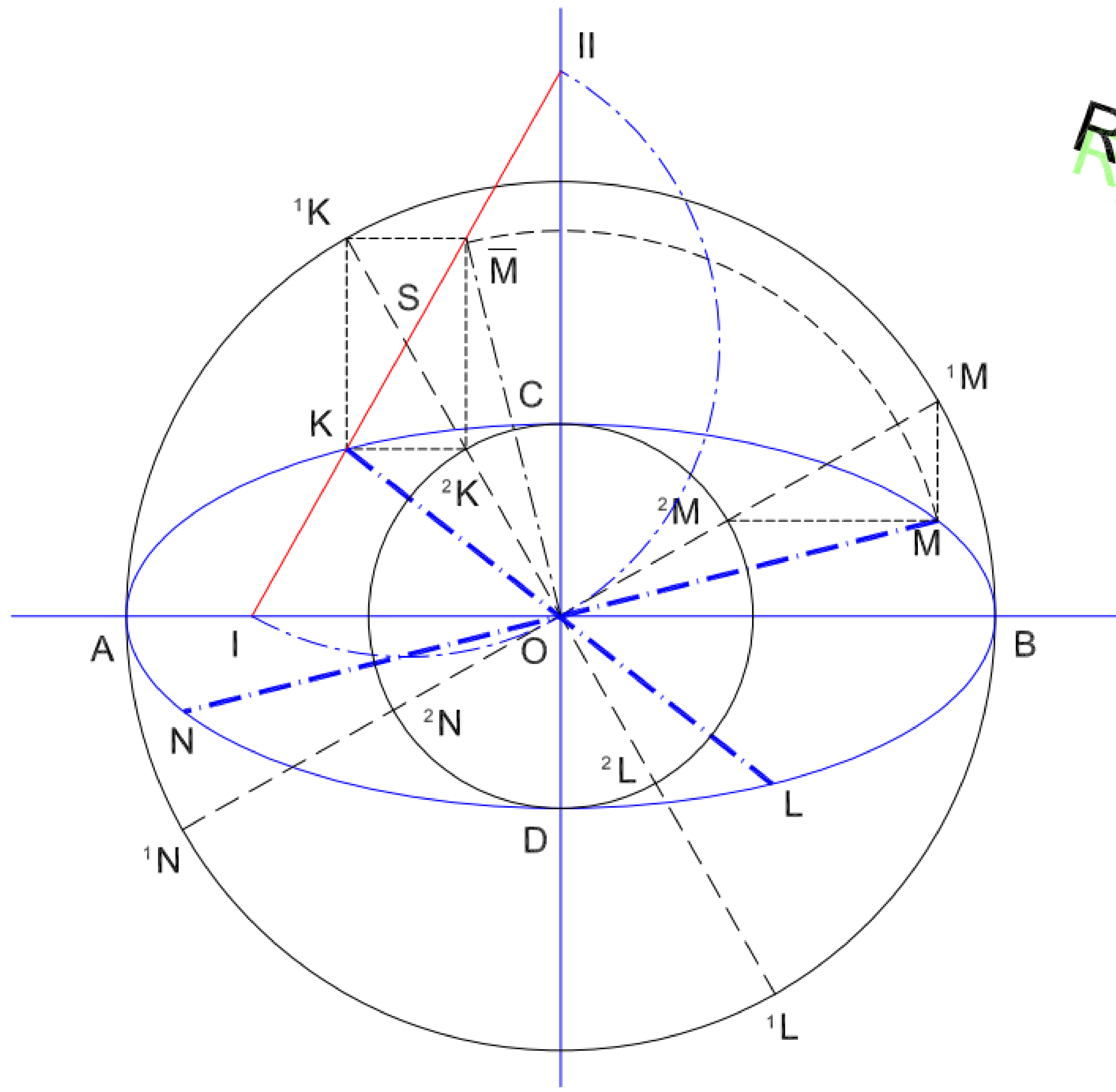
Rytzova konstrukce - postup

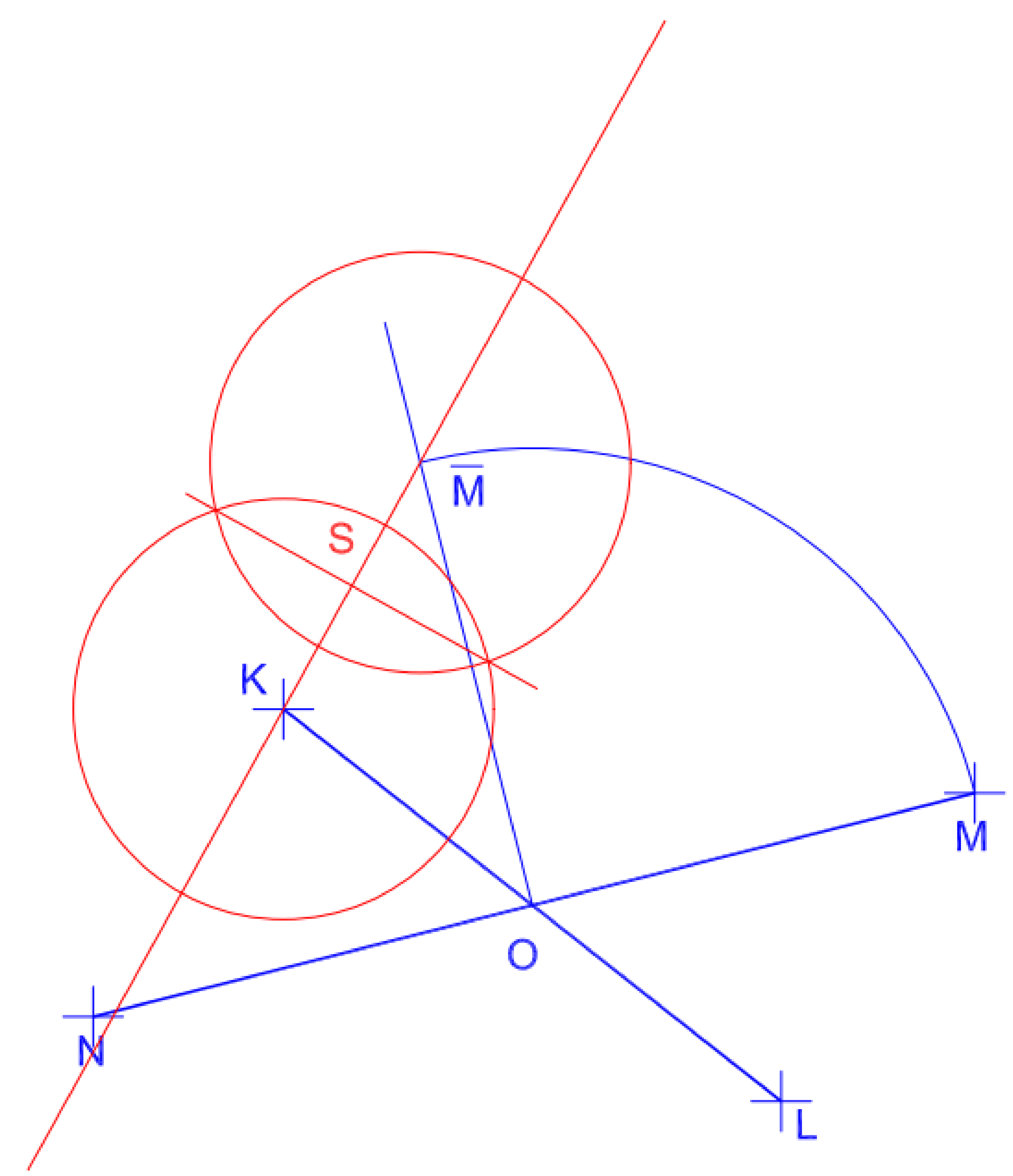




Otočíme úsečku OM (libovolný z poloměrů) o 90°
- získáme tím obraz M̄ bodu M.

Rytzova konstrukce - postup

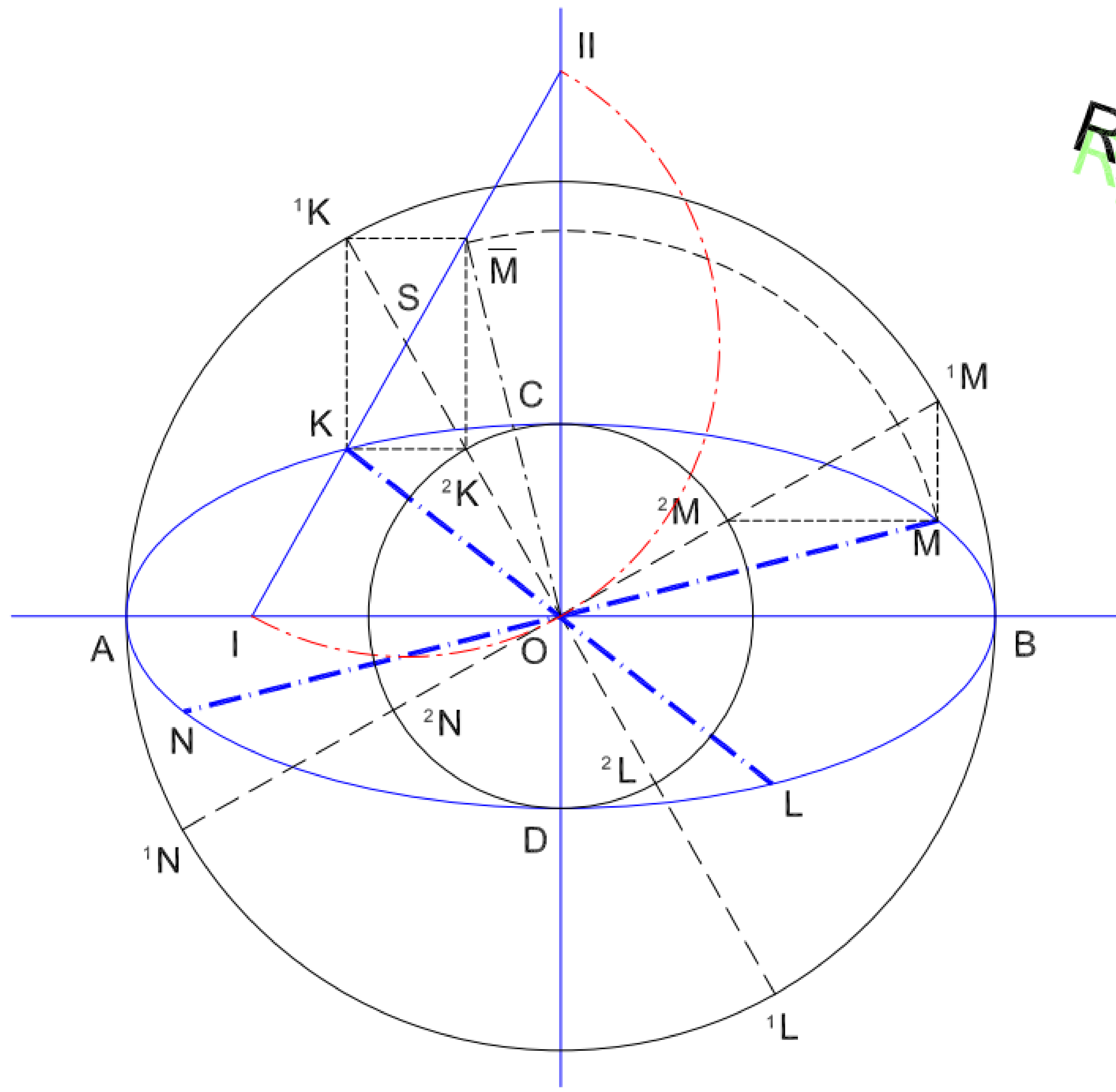


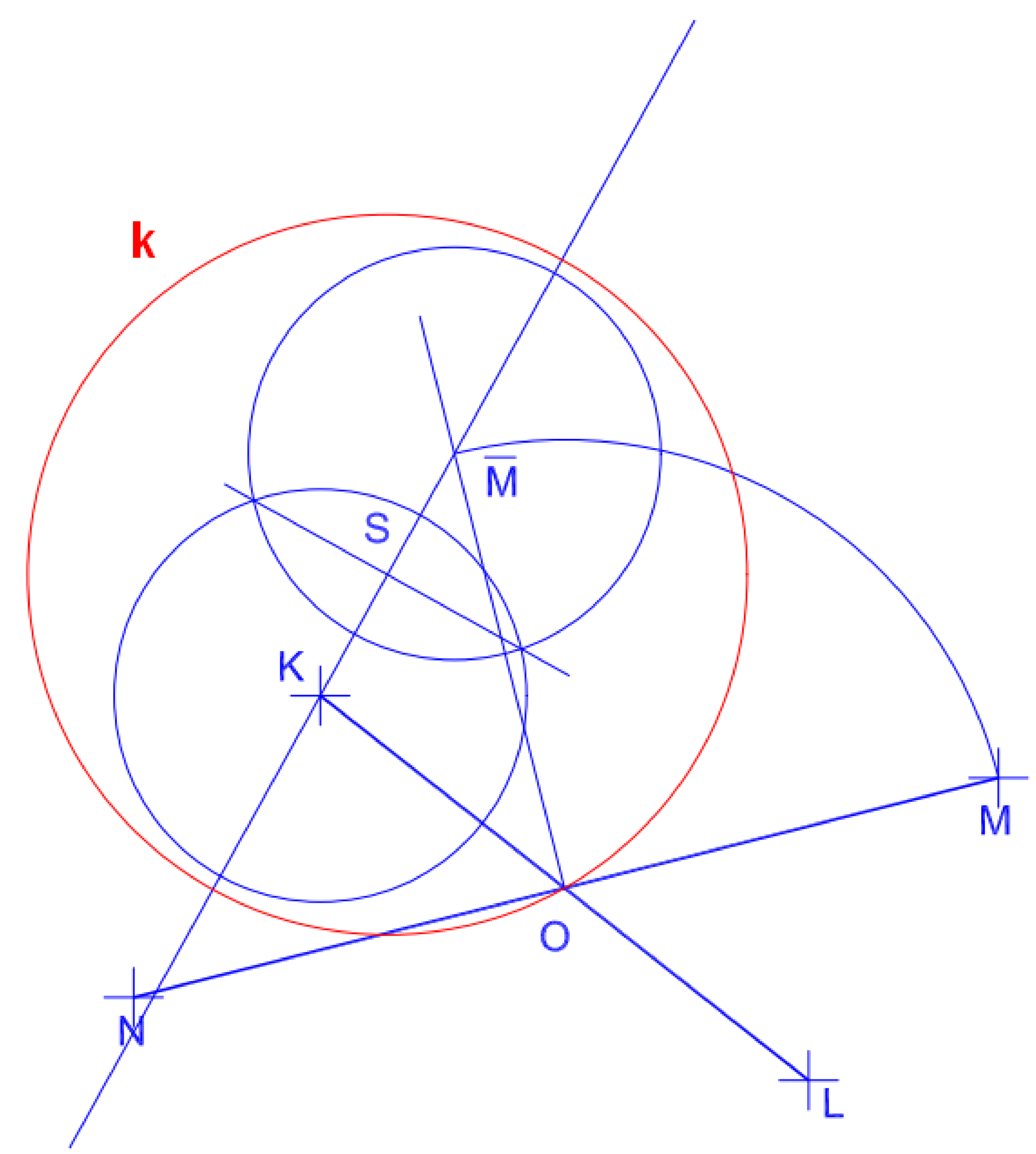


Najdeme střed úsečky $K\overline{M}$.

Rytzova konstrukce - postup

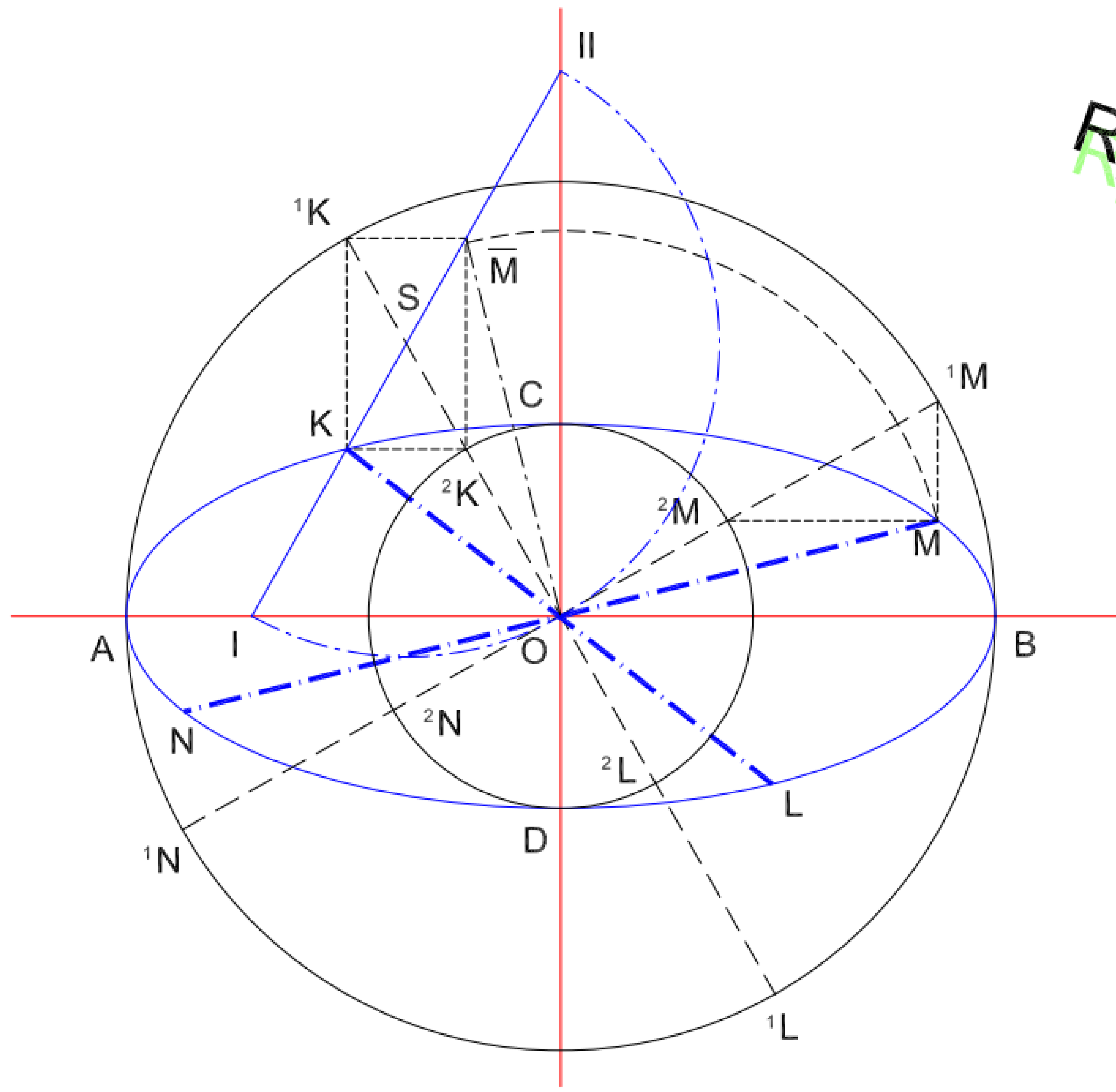
Rytzova konstrukce - postup

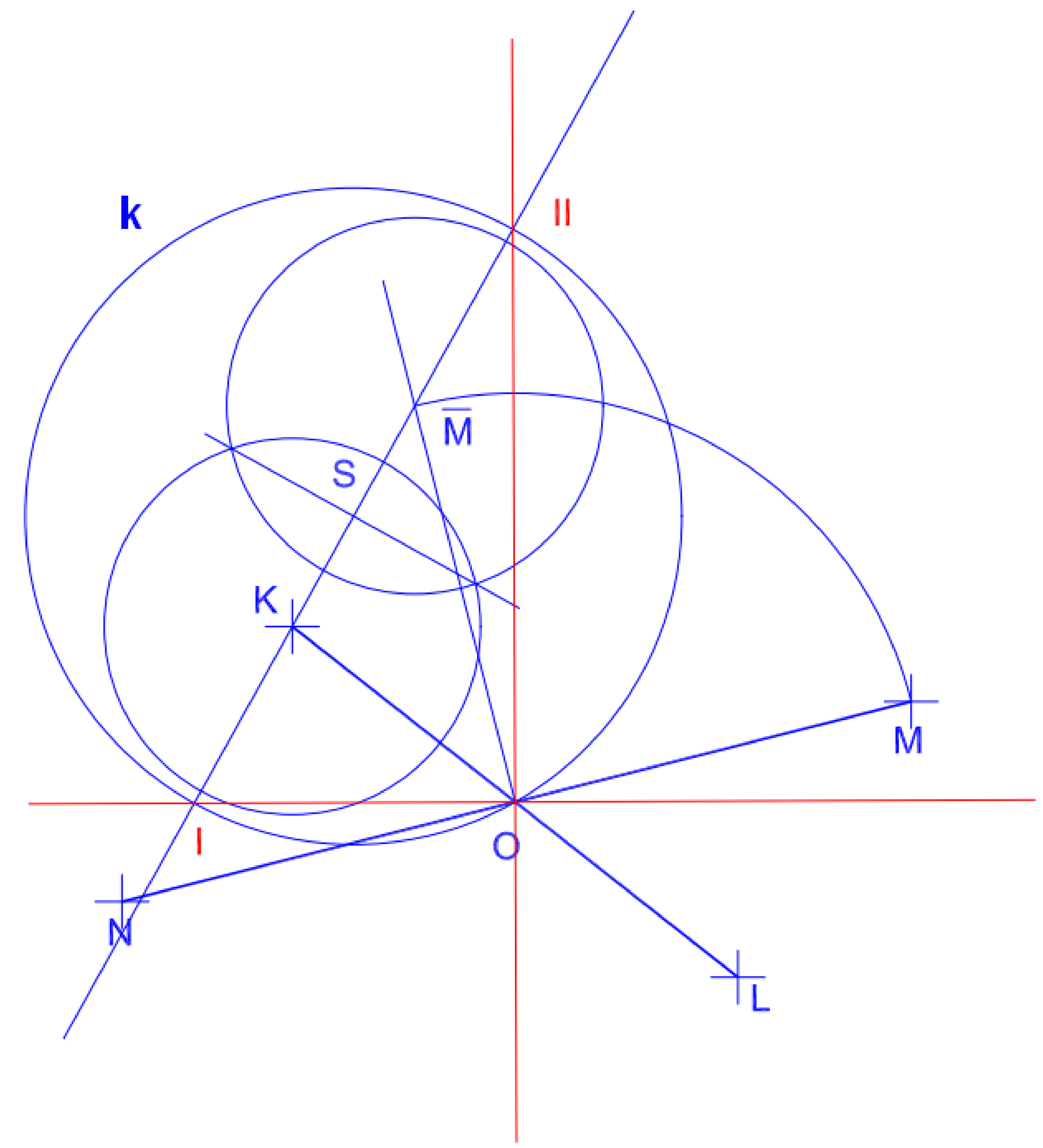




Sestrojíme kružnici k se středem S a poloměrem |SO|.

Rytzova konstrukce - postup

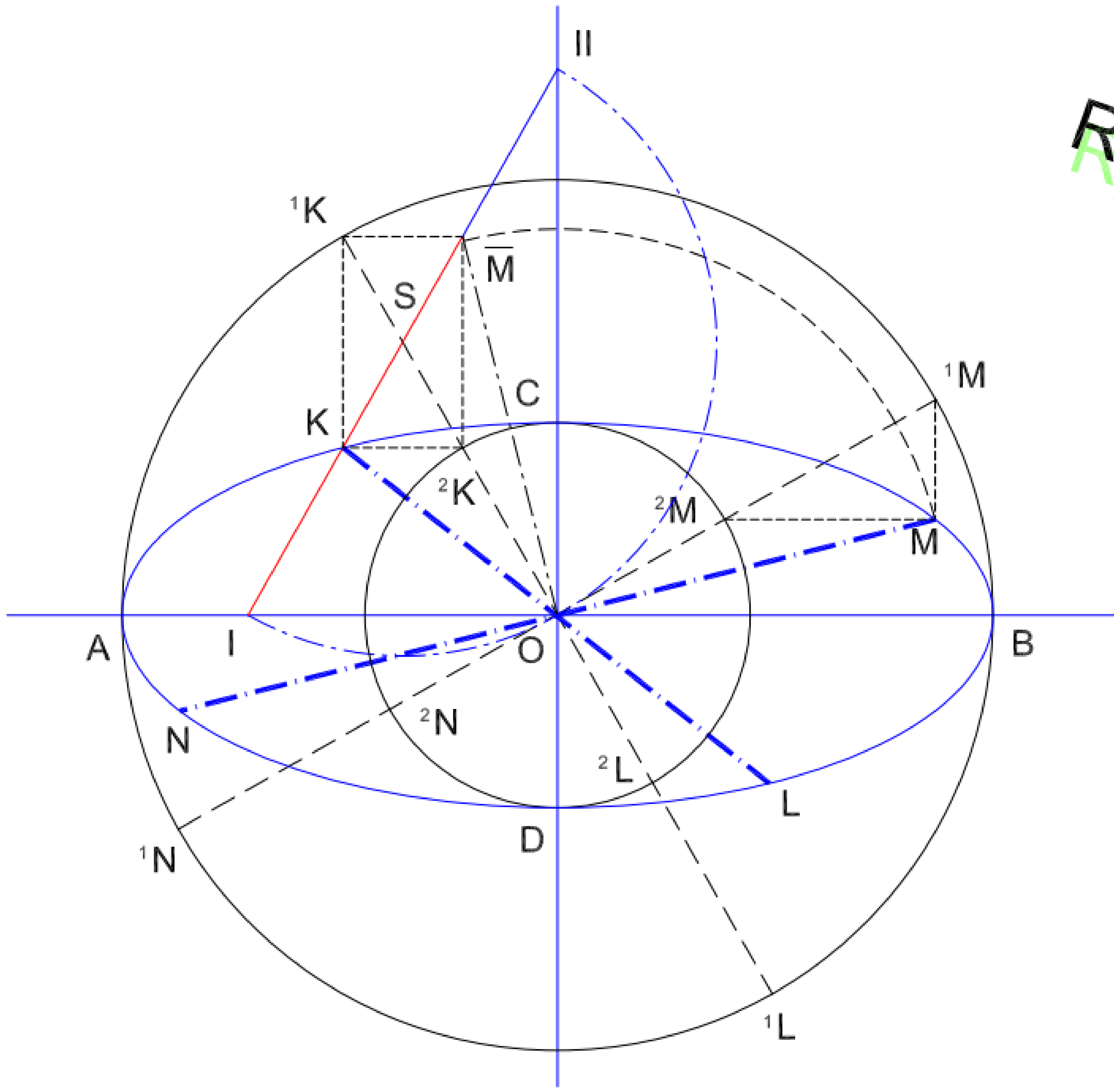


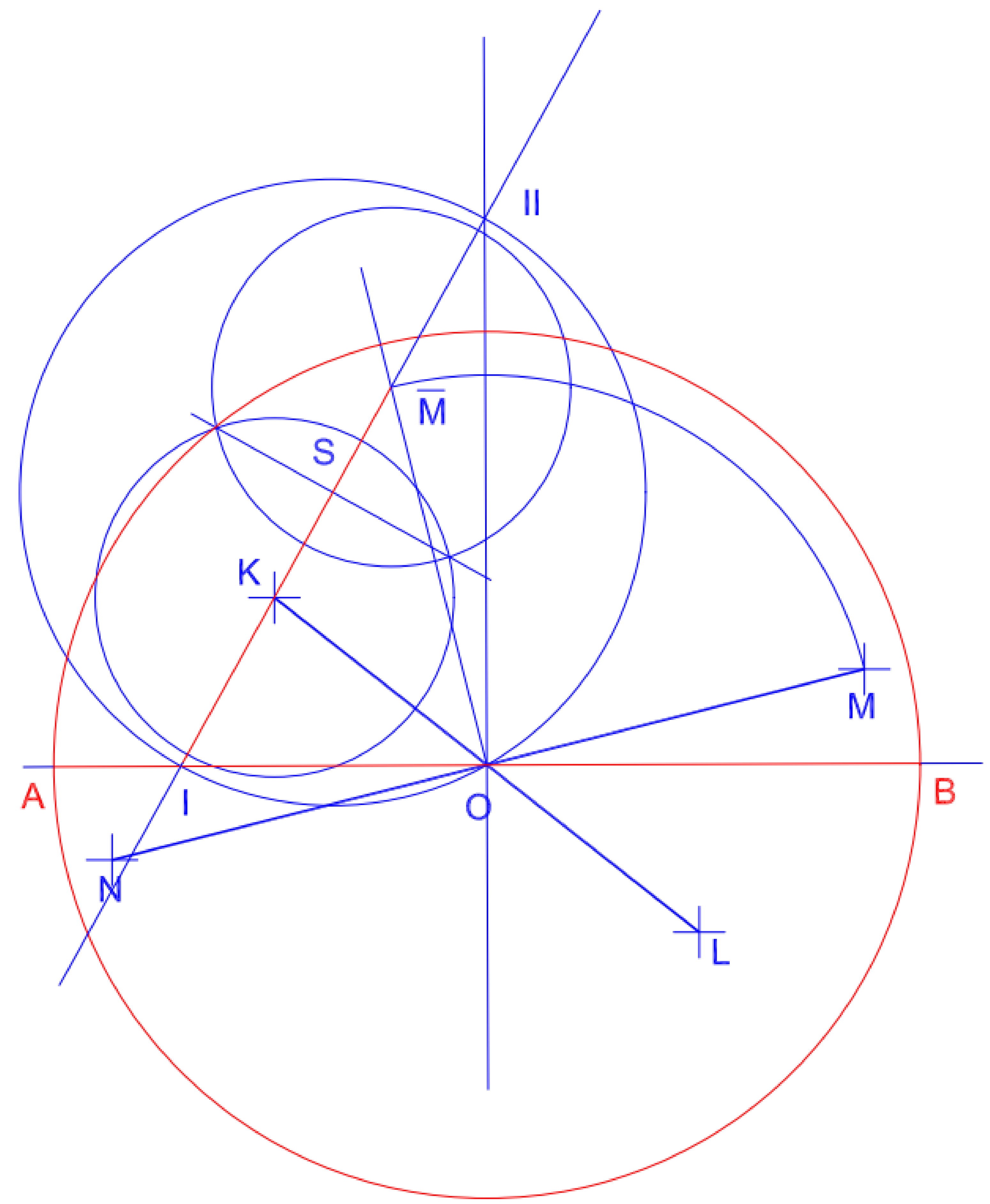


Najdeme body I, II jako průnik kružnice k s přímkou K$\overline{\text{M}}$, oba spojíme s O.

Rytzova konstrukce - postup

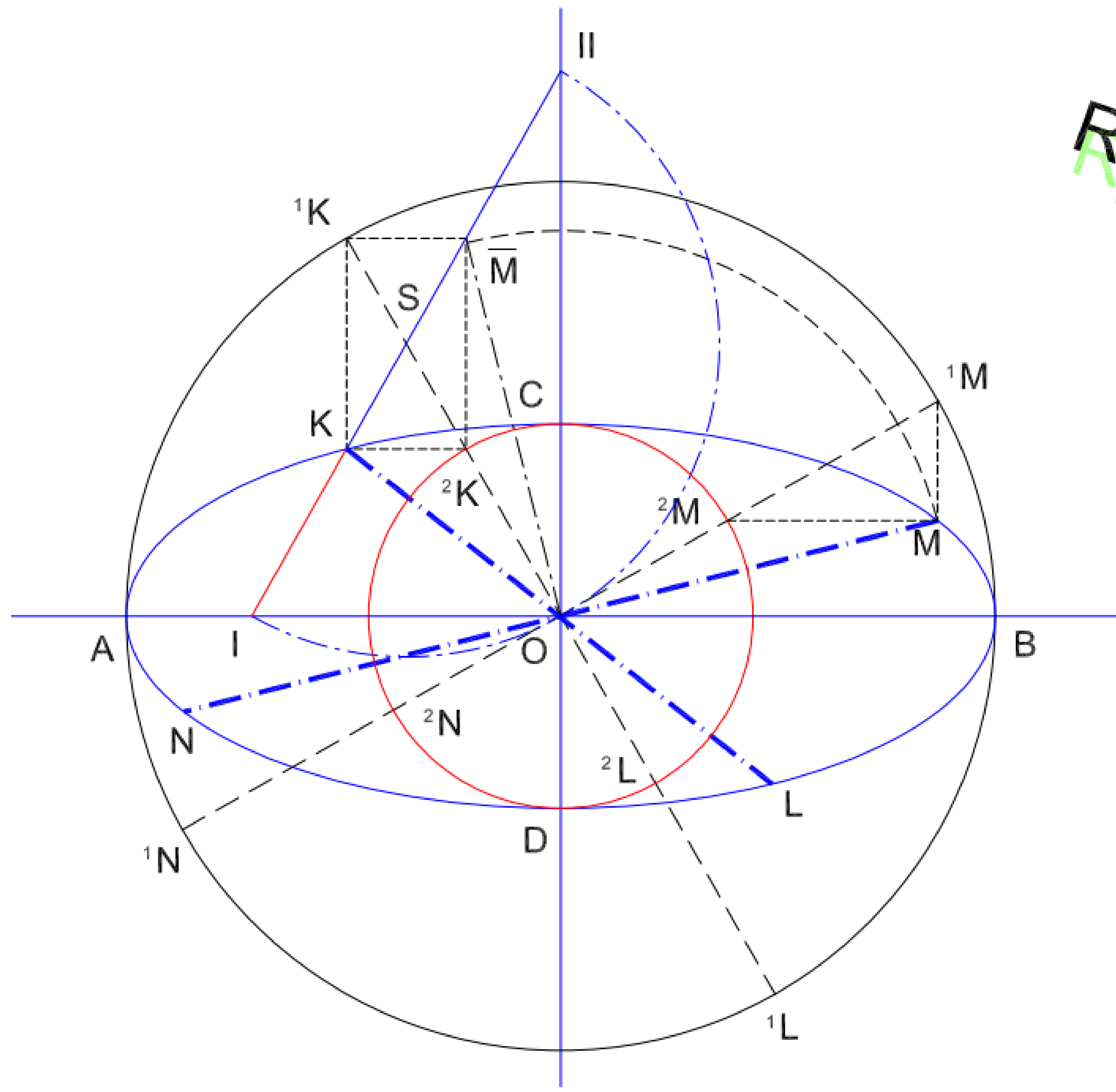
Rytzova konstrukce - postup

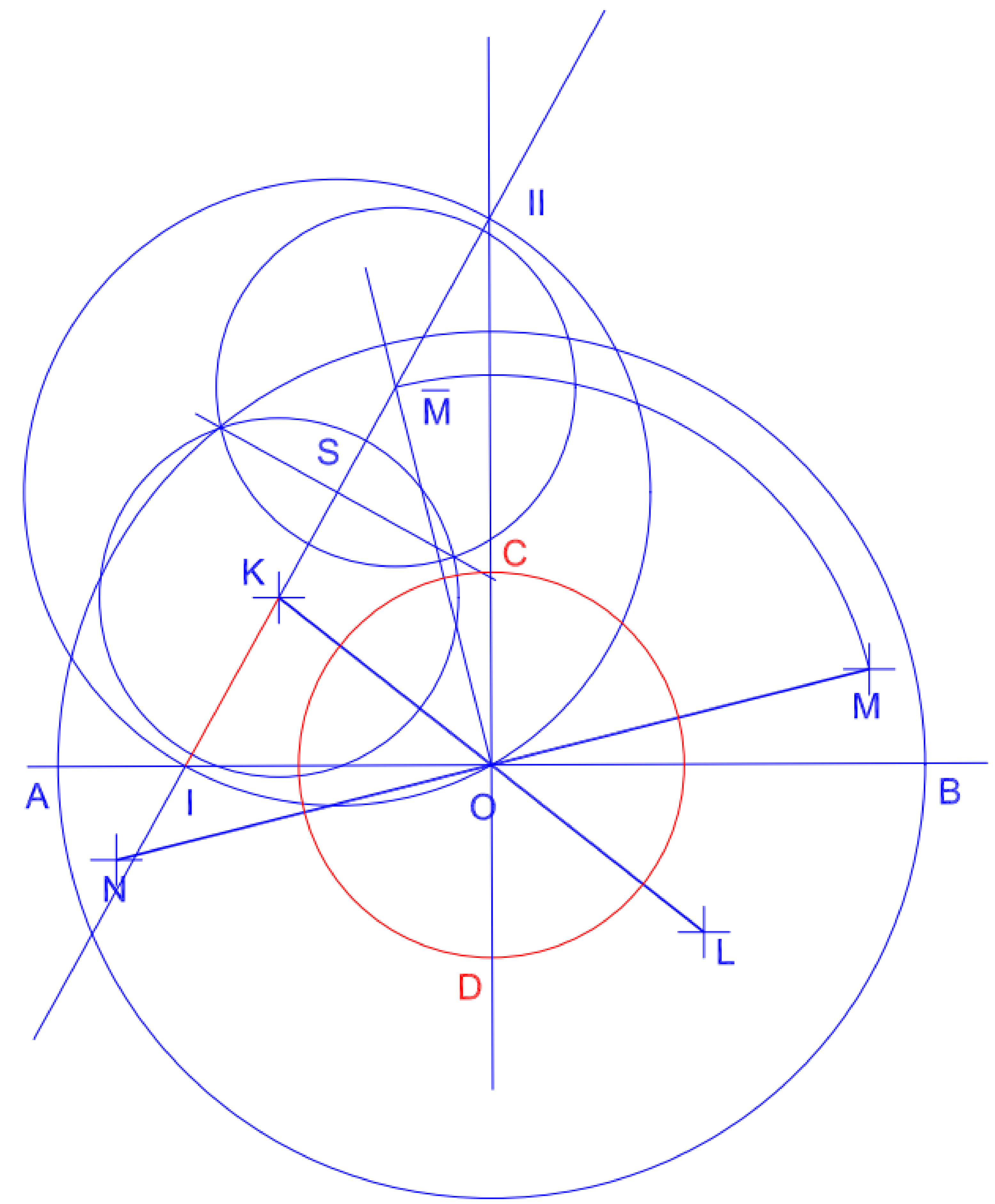




Na přímce IO leží hlavní poloosa, naneseme na ní úsečku délky |KII| (=a).

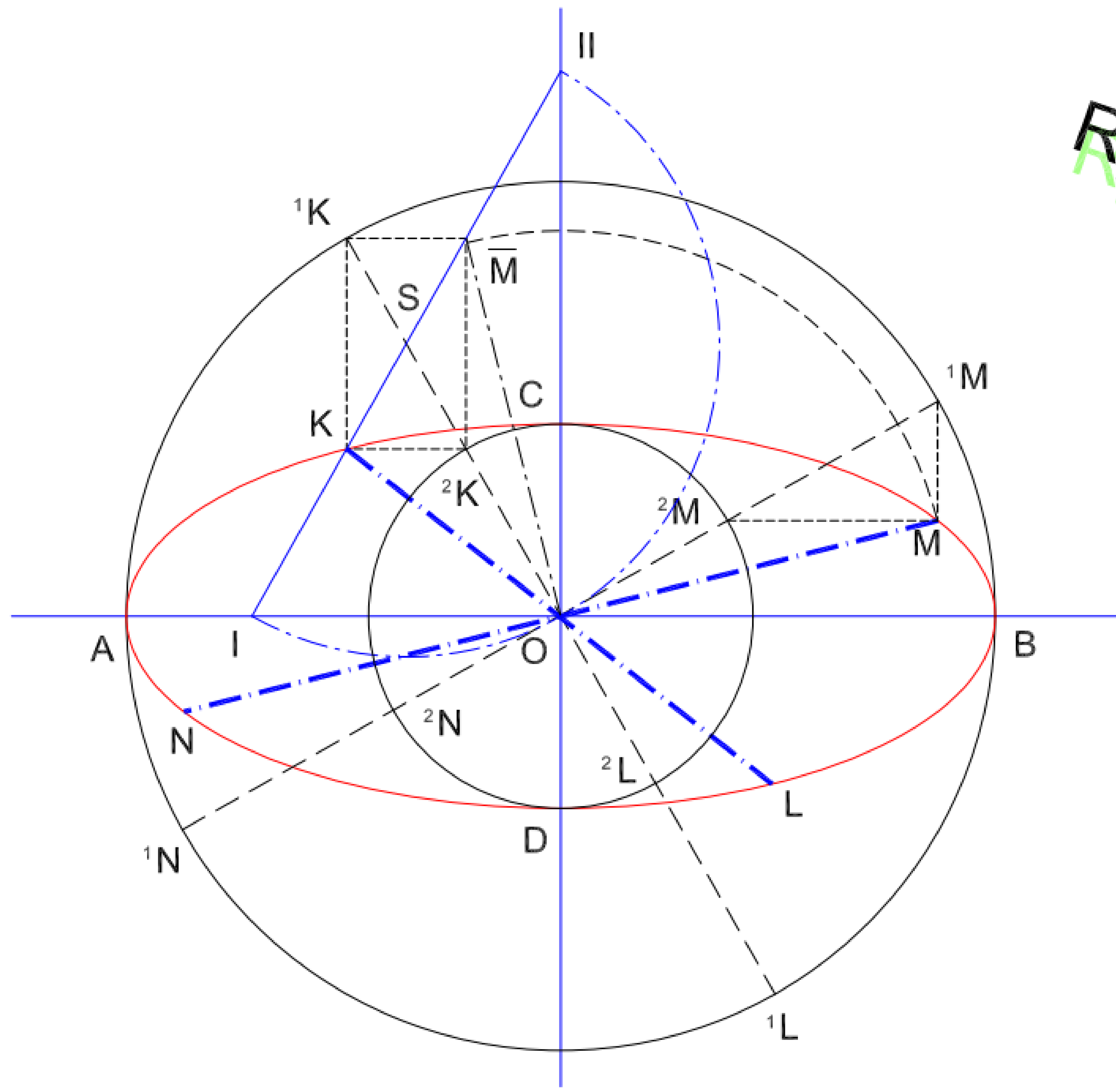
Rytzova konstrukce - postup

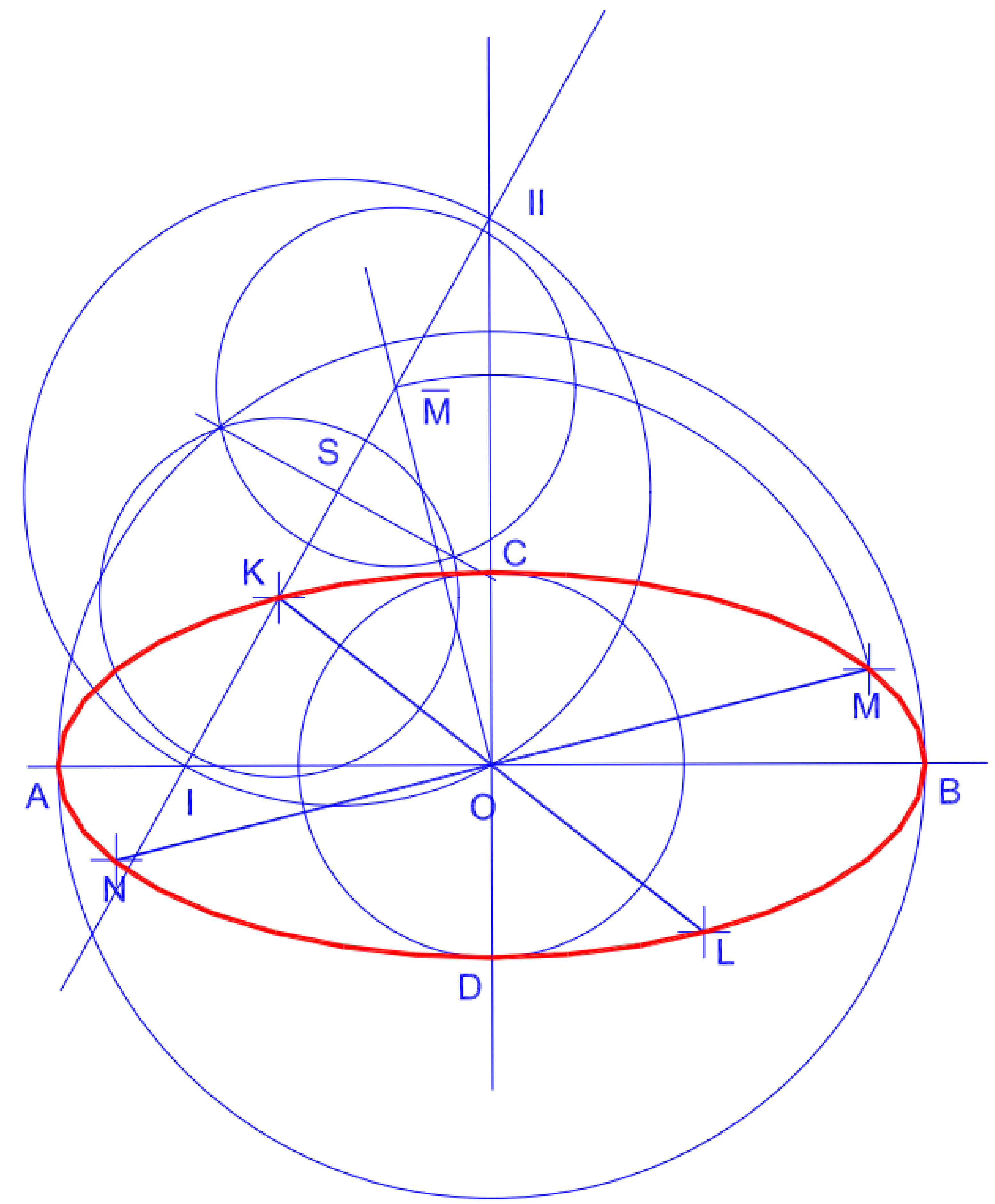




Stejně tak na přímce IIO sestrojíme vedlejší poloosu z úsečky |KI| (=b).

Rytzova konstrukce - postup





Už známe vše potřebné, dokončíme elipsu.