

II.6. Spektrální rozklad samoadjungovaného operátoru.

Lemma 28. *Nechť T je samoadjungovaný operátor na H . Nechť E je spektrální míra operátoru C_T . Pak*

$$T = \int i \frac{1+z}{1-z} dE(z).$$

Lemma 29 (o obrazu spektrální míry). *Nechť F je abstraktní spektrální míra v H definovaná na σ -algebře \mathcal{A} a $\varphi : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ je borelovsky měřitelné zobrazení. Označme*

$$\mathcal{A}' = \{A \subset \mathbb{C} : \varphi^{-1}(A) \in \mathcal{A}\}$$

a pro $A \in \mathcal{A}'$ položme

$$E(A) = F(\varphi^{-1}(A)).$$

Pak E je abstraktní spektrální míra v H a pro každou \mathcal{A}' -měřitelnou funkci f platí

$$\int f dE = \int f \circ \varphi dF.$$

Věta 30 (spektrální rozklad samoadjungovaného operátoru). *Je-li S samoadjungovaný operátor na Hilbertově prostoru H , pak existuje jediná abstraktní spektrální míra E v H taková, že $S = \int \text{id} dE$.*

Důsledek 31. *Nechť S je samoadjungovaný operátor na H . Pak S je omezený, právě když $\sigma(S)$ je omezená množina.*