

I.7. Spojitý funkční kalkulus pro C^* algebry.

Lemma 29. *Nechť A je C^* algebra s jednotkou e a $B \subset A$ C^* -podalgebra obsahující e . Pak pro každé $x \in B$ je $\sigma_A(x) = \sigma_B(x)$.*

Věta 30 (spojitý funkční kalkulus pro C^* -algebry). *Nechť A je C^* -algebra s jednotkou e a $x \in A$ je normální prvek. Nechť B je uzavřená podalgebra algebry A generovaná množinou $\{e, x, x^*\}$. Pak platí:*

- B je komutativní C^* algebra.
- Zobrazení $h : \varphi \mapsto \varphi(x)$ je homeomorfismus $\Delta(B)$ na $\sigma(x)$.

Nechť $\Gamma : B \rightarrow C(\Delta(B))$ je Gelfandova transformace algebry B . Pro $f \in C(\sigma(x))$ označme

$$\tilde{f}(x) = \Gamma^{-1}(f \circ h).$$

*Pak zobrazení $\Phi : f \mapsto \tilde{f}(x)$, které se nazývá **spojitý funkční kalkulus pro prvek x** , má následující vlastnosti:*

- Φ je izometrický $*$ -izomorfismus C^* -algebry $C(\sigma(x))$ na B .
- $\tilde{id}(x) = x$.
- Je-li p polynom, pak $\tilde{p}(x) = p(x)$.
- $\sigma(\tilde{f}(x)) = f(\sigma(x))$ pro $f \in C(\sigma(x))$.
- Jestliže $y \in A$ komutuje s x , pak y komutuje s $\tilde{f}(x)$ pro každé $f \in C(\sigma(x))$.

Navíc, Φ je jediné zobrazení splňující první dvě podmínky.