

# KOMPLEXNÍ ANALÝZA 1

LS 2017/2018

ZÁPOČTOVÉ ÚLOHY – SADA 2

## Obecné poznámky:

- Výpočty i všechna tvrzení je třeba přiměřeně a srozumitelně zdůvodnit.
- Základní nástroje pro řešení úloh jsou následující:
  - Vlastnosti lineárních lomených zobrazení.
  - Vlastnosti elementárních holomorfních funkcí – exp, log,  $m_\alpha$  – zejména znalost, na kterých množinách jsou prosté a holomorfní.
  - Geometrická představa. (Je vhodné si množinu načrtnout, stejně jako množiny vzniklé při jednotlivých mezikrocích.)
- Příklady je třeba rezervovat e-mailem. Rezervace bude potvrzena uvedením jména u příkladu. Bude-li příklad již obsazen, upozorním na to v e-mailové odpovědi. V e-mailu je možné napsat více příkladů v preferovaném pořadí. Rezervován bude první z dosud volných.
- Pokud se někomu zdá jeho úkol neřešitelný nebo má dojem, že v zadání je chyba, ať se ozve, já to pak prověřím.
- Řešení je třeba odevzdat rukou psané, nikoli tištěné.

**Úloha č. 1** [rezervoval(a): O. L.]

Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : |\arg z| < c\} \setminus (0, r],$$

kde  $c \in (0, \pi)$  a  $r > 0$  jsou dána, na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 2** [rezervoval(a): M. S.]

Nechť  $x \in (-1, 1)$  je dáno. Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\} \cup U(x, 1)$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 3** [rezervoval(a): M. Zi.]

Nechť  $t \in (0, \pi)$  je dáno a nechť  $w = e^{it}$ . Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = U(0, 1) \setminus \overline{U(1, |w - 1|)}$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 4** [rezervoval(a): L. H.]

Nechť  $x \in (-1, 1)$  je dáno. Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < 0\} \setminus \overline{U(x, 1)}$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 5** [rezervoval(a): *zatím nikdo*]

Nechť  $t \in (0, \pi)$  je dáno a nechť  $w = e^{it}$ . Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = U(0, 1) \cup U(1, |w - 1|)$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 6** [rezervoval(a): *R. Š.*]

Nechť  $t \in (0, \pi)$  je dáno a nechť  $w = e^{it}$ . Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = U(0, 1) \cap U(1, |w - 1|)$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 7** [rezervoval(a): *zatím nikdo*]

Nechť  $t \in (0, 2\pi]$  je dáno. Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = \{z \in P(0, 1) : \arg(z) \in (\pi - t, \pi)\}$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 8** [rezervoval(a): *M. Ze.*]

Nechť  $x \in (0, 1)$  je dáno. Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = U(0, 1) \setminus \overline{U(x, 1 - x)}$$

na  $U(0, 1)$ .

**Úloha č. 9** [rezervoval(a): *K. Š.*]

Nechť  $x \in (-1, 1)$  je dáno. Nalezněte konformní (tj. prosté holomorfní) zobrazení oblasti

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < 0\} \cap U(x, 1)$$

na  $U(0, 1)$ .