

IV.9 Průběh funkce

Definice. Řekneme, že funkce $x \mapsto ax+b$ (kde $a, b \in \mathbf{R}$), je **asymptotou funkce f v $+\infty$ (resp. v $-\infty$)**, jestliže $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ (resp. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax - b) = 0$).

Větička 42 (výpočet asymptoty). *Funkce f má v $+\infty$ asymptotu $x \mapsto ax + b$, $a, b \in \mathbf{R}$, právě když*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a \in \mathbf{R}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax) = b \in \mathbf{R}.$$

Analogické tvrzení platí pro asymptotu v $-\infty$.

Vyšetření průběhu funkce

1. Určíme definiční obor a obor spojitosti funkce.
2. Zjistíme symetrie funkce: lichost, sudost, periodičita.
3. Dopočítáme limity v „krajních bodech definičního oboru“.
4. Spočteme první derivaci (tam, kde existuje, případně jednostranné derivace), určíme intervaly monotonie a nalezneme lokální a globální extrémy. Určíme obor hodnot.
5. Spočteme druhou derivaci a určíme intervaly, kde funkce f je konvexní nebo konkávní. Určíme inflexní body.
6. Vypočteme asymptoty funkce.
7. Načtneme graf funkce.