Příklady k Větám XVII.2 a XVII.3

(1) $x' = g(x)$, g spojitá na $\mathbb{R}$

$$S = \mathbb{R}\times\mathbb{R} = \mathbb{R}^2, \quad f(t,x) = g(x) \dots \text{spojitá}$$

V2 $\Rightarrow$ $\forall\, [t_0, x_0]$ $\exists$ max. řešení splňující $x(t_0) = x_0$

Ale zároveň to plyne z metody řešení: • $g(x_0) = 0$ $\Rightarrow$ x_0 je stac. bod

• $g(x_0) \neq 0$ ... dejme tomu, že $g(x_0) > 0$

$\Rightarrow$ ex. $(a,b) \ni x_0$: $g > 0$ na (a,b)

(maximální)

Pak řešíme ... $\frac{x'}{g(x)} = 1$ ... $G(x) = t + c$

$x(t) = G^{-1}(t+c)$

řešení s hodnotami v (a,b)

$x(t_0) = x_0$:

$x_0 = G^{-1}(t_0 + c) \Rightarrow G(x_0) = t_0 + c$

$C = G(x_0) - t_0$ .....

máme existenci řešení

(2) $g \in C^1(\mathbb{R}) \Rightarrow$ z V3 plyne, že

$\forall\, [t_0, x_0]$ $\exists!$ max. řešení splňující $x(t_0) = x_0$

Víme, že existuje a že nejde nalepovat

[nalepování je možné jen ve stac. bodech ;

$\forall\, b$ stac. bod $\exists$ vlastní $g'(b)$ $\Rightarrow$ $\int_b \frac{1}{g}$, $\int^b \frac{1}{g}$ div.

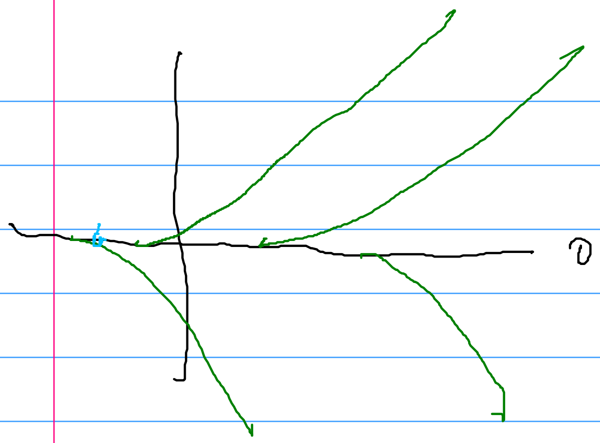
$\Rightarrow$ nalepovat nelze]

(3) $y' = \sqrt[3]{y}$ ... $g(y) = \sqrt[3]{y}$ ... v 0 nemá vl. derivaci

g spojitá na $\mathbb{R}$ $(g'(0) = +\infty)$

$\Rightarrow$ nejsou splněny předp. V3 $\quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{y}}$ konv., $\int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt[3]{y}}$ konv.

$\Rightarrow$ v 0 lze nalepovat



bod $[\varepsilon, 0]$
prochází nekonečně
mnoho řešení