Příklad: „input-output model"

n firem civ. odvětví, každá z nich vyrábí jednu komoditu

x_i ... kolik vyrábí i-tá firma

poptávka: koncová: d_i (koncový spotřebitel)
z j-tého odvětví ... $a_{ij} x_j$ [k výrobě jednotky j-té komodity je třeba a_{ij} jednotek i-té]

$$x_i = \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j + d_i \quad \text{... optimální stav}$$

Pokud stav není optimální, jednotlivá výroba se změní směrem k optimu

$$x_i' = \alpha \left(\sum a_{ij} x_j + d_i - x_i \right) \qquad (\alpha > 0)$$

nehom. soustava s maticí

$$\alpha \cdot \begin{pmatrix} -1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & -1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \end{pmatrix}$$

pravá strana: $\alpha \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$

Příklad Cournotův oligopol

n firem vyrábějí totéž, stejné náklady c
i-tá firma vyrobí q_i

cena na trhu: $P = a - b(q_1 + \dots + q_n)$ $\qquad a, b > 0$

zisk i-té firmy: $\pi_i = q_i \left(a - b(q_1 + \dots + q_n) - c \right)$

maximalizace zisku: $\dfrac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0$;

$a - b \sum q_j - c + q_i \cdot (-b) = 0$

$$\Rightarrow q_i = \frac{1}{2} \left(\frac{c-a}{b} - \sum_{j \neq i} q_j \right)$$

produkce, kdy se maximalizuje zisk při pevné produkci ostatních

Pokud tři platí rovnost --- Nashova rovnováha (každá z firem maximalizuje zisk při pevné produkci ostatních)

co když nejsme v optimu v rovnováze:

každá z firem nezávisle se přizpůsobuje

$$q_i' = \alpha_i \left(\frac{1}{2}\left(\frac{c-b}{a} - \sum_{j \neq i} q_j \right) - q_i \right)$$

$(\alpha > 0)$

nehomogenní soustava s maticí $\alpha \begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \cdots & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & \cdots & -\frac{1}{2} \\ \vdots & & & & \vdots \\ -\frac{1}{2} & \cdots & \cdots & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$

a pravá strana $\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{c-b}{a} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$