

$X, Y$  Banachy przestrze,  $T \in \mathcal{L}(X, Y)$

Parę  $T$  je izomorfizmus  $X$  na  $Y \Leftrightarrow T^{-1}$  je izomorfizmus  $Y^*$  na  $X^*$

$\Rightarrow$ : (tęto implikacja jest pro NLP, a pełnia nie jest)

$T$  je izomorfizmus  $X$  na  $Y \Rightarrow T^{-1} \in \mathcal{L}(Y, X)$

$$\Rightarrow T \cdot T^{-1} = \text{Id}_Y, \quad T^{-1}T = \text{Id}_X$$

$$\text{Też } (T^{-1})^{-1} \cdot T = (\text{Id}_Y)' = \text{Id}_{Y^*}$$

$$T((T^{-1})^{-1})' = (\text{Id}_X)' = (\text{Id}_{X^*})$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow (T^{-1})^* = (T^*)^{-1}$$

$\Downarrow$

$T^*$  izomorfizmus na

$\Leftarrow$  Niech  $T^*$  je izomorfizmus  $Y^*$  na  $X^*$

Dla już dany znowu implikacja " $\Rightarrow$ " je  $T^*$  izomorfizmus  $X^{**}$  na  $Y^{**}$

$\mathcal{R}_X: X \rightarrow X^{**}$  je izometria do

$\Rightarrow T^* \circ \mathcal{R}_X$  je izomorfizmus  $X$  do  $Y^{**}$

ponieważ  $T^* \circ \mathcal{R}_X = \mathcal{R}_Y \circ T$ , je to izomorfizmus  $X$  do  $\mathcal{R}_Y(Y)$ .

Też  $T = \mathcal{R}_Y^{-1} \circ \mathcal{R}_Y \circ T = \mathcal{R}_Y^{-1} \circ T^* \circ \mathcal{R}_X$  je izomorfizmus  $X$  do  $Y$

ponieważ  $X$  je npr, je i  $TX$  npr, też npr w  $Y$

Dirle,  $TX$  je lsc, ponieważ  $T^*$  je proste (Dunford-Schwartz)

Upełnia je potrzeba: Niech  $Y$  je NLP,  $X \subset Y$  lsc

$T: X \rightarrow Y$  "identyteta"

Parę  $T^*$  je izometria  $Y^*$  na  $X^*$