V16 (Banach-Steinhaus pro distribuce)

$(\Lambda_n) \subset \mathcal{D}'(\Omega)$, $\forall \varphi \in \mathcal{D}(\Omega)$ existuje $\lim_{n\to\infty} \Lambda_n(\varphi) =: \Lambda(\varphi)$

Pak $\Lambda \in \mathcal{D}'(\Omega)$

Použijeme V13: $K \subset \Omega$ kompaktní. Ukážeme, že $\Lambda|\mathcal{D}_K(\Omega)$ je spojitá!

Nechť $K \subset \Omega$ je kompaktní pevná. Pro $m \in \mathbb{N}$ označíme

$$A_m := \{\varphi \in \mathcal{D}_K(\Omega);\ \forall n \in \mathbb{N} : |\Lambda_n(\varphi)| \le m\}$$

Pak $\bigcup_{m\in\mathbb{N}} A_m = \mathcal{D}_K(\Omega)$. Navíc $A_m$ je uzavřená (v metrice $\rho$), neboť $\Lambda_n$ jsou spojité)

Z Baireovy věty ex. $m$, $\varphi_0 \in \mathcal{D}_K(\Omega)$, $r > 0$, že $B_\rho(\varphi_0, r) \subset A_m$

Zvolme $N \in \mathbb{N}_0$, aby $\sum_{N+1}^{\infty} \frac{1}{2^k} < \frac{r}{2}$. Pak platí:

$$\|\varphi - \varphi_0\|_N < \frac{r}{2} \Rightarrow \rho(\varphi, \varphi_0) < r \;(\Rightarrow \varphi \in A_m) \Rightarrow |\Lambda(\varphi)| \le m$$

Pak platí $\varphi \in \mathcal{D}_K(\Omega)$, $\|\varphi\|_N < \frac{r}{2} \Rightarrow |\Lambda(\varphi)| \le m$

$\left[\ |\Lambda(\varphi)| \le \frac{1}{2}\left(|\Lambda(\varphi_0 + \varphi)| + |\Lambda(\varphi_0 - \varphi)|\right) \le m\ \right]$

tj. $|\Lambda(\varphi)| \le m \cdot \frac{2}{r} \cdot \|\varphi\|_N$, $\varphi \in \mathcal{D}_K(\Omega)$

Tedy $\Lambda$ je distribuce dle V13