Tvrzení: Řada $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ v NLP X je bezpodmínečně konvergentní a má součet $x \in X$ $\iff$

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists F_0 \subset \mathbb{N} \text{ konečná } \forall F \subset \mathbb{N} \text{ konečnou}, F \supset F_0 : \left\| x - \sum_{n \in F} x_n \right\| < \varepsilon$$

Důkaz $\Leftarrow$: Nechť $\sum_{n=1}^{\infty} x_{\pi(n)}$ je přerovnání

Nechť $\varepsilon > 0$ je libovolné ... najdeme k němu F_0

nechť $n_0 := \max\{n \in \mathbb{N} : \pi(n) \in F_0\}$

pak pro $n \geq n_0$ je $\{\pi(1), \dots, \pi(n)\} \supset F_0$, a tedy

$$\left\| x - \sum_{k=1}^{n} x_{\pi(k)} \right\| < \varepsilon$$

$\Rightarrow$: Dokážeme obměnu. Nechť neplatí ta podmínka. Najdeme přerovnání, které nekonverguje k x:

Negace: $\exists \varepsilon > 0 \ \forall F_0 \subset \mathbb{N}$ konečnou $\exists F \subset \mathbb{N}$ konečná, $F \supset F_0$
$$\left\| x - \sum_{n \in F} x_n \right\| \geq \varepsilon \qquad (*)$$

Najdeme tedy posloupnost $(F_k)_{k=1}^{\infty}$ konečných množin tak, aby platilo:

- $F_1 \supset \{1\}$
- $F_{k+1} \supset F_k \cup \{k\}$
- $\left\| x - \sum_{n \in F_k} x_n \right\| \geq \varepsilon$

To můžeme indukcí díky $(*)$.

nechť $m_k :=$ počet prvků F_k

Definujme permutaci $\pi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tak, aby

$$\pi(\{1, \dots, m_k\}) = F_k \text{ pro každé } k$$

Pak $\sum_{k=1}^{\infty} x_{\pi(k)}$ nekonverguje k x, protože

$$\left\| \sum_{j=1}^{m_k} x_{\pi(j)} - x \right\| \geq \varepsilon \text{ pro všechna } k \in \mathbb{N}$$