Nechť X je reálný NLP, $T \in \mathcal{L}(X)$, $T^2 = -\mathrm{Id}_X$.

- Pro $x \in X$ a $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ definujme $(\alpha + \beta i)x = \alpha x + \beta Tx$

Toto činí z X komplexní vektorový prostor, přičemž násobení reálným číslem se shoduje s původním.

⌈Všechny axiomy komplexního v.p. jsou zřejmě splněny, až na
$$(\alpha+\beta i)\big((\gamma+i\delta)x\big) = \big((\alpha+\beta i)(\gamma+i\delta)\big)x.$$
Tento se ověří výpočtem.⌋

- Definujme na X normu
$$\|x\|_Y := \sup\{\|e^{it}x\| : t \in \mathbb{R}\}$$
Pak $Y := (X, \|\cdot\|_Y)$ je komplexní NLP.

⌈$\|x\|_Y \geq 0$ ... jasné
$\|x\|_Y = 0 \Rightarrow \|e^{i0}x\| = 0$, tj. $\|x\| = 0$, tedy $x = 0$

$\|x+y\|_Y \leq \|x\|_Y + \|y\|_Y$

⌈$\|e^{it}(x+y)\| \leq \|e^{it}x\| + \|e^{it}y\| \leq \|x\|_Y + \|y\|_Y$

$\Rightarrow \|x+y\|_Y \leq \|x\|_Y + \|y\|_Y$⌋

$\|\lambda x\|_Y = |\lambda|\,\|x\|_Y$ pro $x \in X$, $\lambda \in \mathbb{C}$

⌈$\lambda \in \mathbb{C} \Rightarrow$ ex. $s \in \mathbb{R}$ $\lambda = |\lambda| \cdot e^{is}$

$\|\lambda x\|_Y = \sup\{\|e^{it} \cdot \lambda x\| : t \in \mathbb{R}\} =$

$= \sup\{\|e^{it} \cdot |\lambda| \cdot e^{is}x\| : t \in \mathbb{R}\} =$

$= \sup\{|\lambda| \cdot \|e^{i(s+t)}x\| : t \in \mathbb{R}\} =$

$= |\lambda| \cdot \sup\{\|e^{i(s+t)}x\| : t \in \mathbb{R}\} = |\lambda| \cdot \|x\|_Y$⌋
⌋

- $x \in X \Rightarrow \|x\| \leq \|x\|_Y \leq (1 + \|T\|)\|x\|$

⌈$\cdot \|x\| = \|e^{i0} \cdot x\| \leq \|x\|_Y$

$\cdot \|e^{it}x\| = \|\cos t \cdot x + \sin t \cdot Tx\| \leq |\cos t| \cdot \|x\| + |\sin t| \cdot \|T\| \cdot \|x\|$

$\leq (1 + \|T\|)\|x\|$⌋

- Tedy: Y je komplexní NLP a X je izomorfní $Y_{\mathbb{R}}$