# ZÁPISY KOMPLEXNÍHO ČÍSLA

**Algebraický zápis:** $i := (0,1)$. Pak $i^2 = (-1,0)$

$(x,0)$ zkracujeme jako $x$

Pak
$$(x,y) = x + iy$$
$$(x,0) = x$$
$$(0,y) = iy$$

**Maticový zápis:** $(x,y) = x + iy = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$

Násobení:

$$\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xa - yb & xb + ya \\ -ya - xb & -yb + xa \end{pmatrix},$$

odpovídá tedy násobení komplexních čísel

**Další vyjádření násobení komplexních čísel:**

$$(x,y) \cdot (a,b) = (x,y) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

násobení komplexních čísel

maticové násobení

## Základní funkce na $\mathbb{C}$

$$z = (x,y) = x + iy = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \in \mathbb{C} \qquad (x,y \in \mathbb{R})$$

$\operatorname{Re} z := x$

$\operatorname{Im} z := y$

$\bar{z} := x - iy$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{\det \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}}$

Pak platí

(1) $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$ [jasné]

$\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

$\ulcorner$ $\overline{(x+iy)(a+ib)} = \overline{xa - yb + i(xb+ya)} =$

$= xa - yb - i(xb+ya)$

$\overline{x+iy} \cdot \overline{a+ib} = (x-iy)(a-ib) =$

$= xa - yb - i(xb+ya)$ $\lrcorner$

(2) $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$

$\ulcorner (x+iy)(x-iy) = x^2 - (iy)^2 = x^2+y^2 \lrcorner$

(3) $|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$

$\ulcorner$ Z (1) a (2) plyne

$|z \cdot w|^2 = zw \cdot \overline{zw} = z \cdot w \cdot \bar{z} \cdot \bar{w} =$

$= z \cdot \bar{z} \cdot w \cdot \bar{w} = |z|^2 \cdot |w|^2$

odmocněním dostaneme $|zw| = |z| \cdot |w|$ $\lrcorner$

(4) $|\operatorname{Re} z| \leq |z|$, $|\operatorname{Im} z| \leq |z|$ $\ulcorner |x| \leq \sqrt{x^2+y^2}$, $|y| \leq \sqrt{x^2+y^2} \lrcorner$

(5) $|\bar{z}| = |z|$ $\ulcorner x^2+y^2 = x^2 + (-y)^2 \lrcorner$