Vzorový teoretický test – správné odpovědi

1. Například uzavřený kruh s jedním vynechaným bodem.

   Nebo úsečka bez krajního bodu.

   Nebo otevřený kruh s jedním přidaným bodem.

2. Například otevřený interval $(0,1)$.

3. Například $B([0,0],1) \cup B([2,0],1)$.

   Nebo sjednocení uzávěrů uvedených kruhů.

   Nebo $B([0,0],\frac{1}{2}) \cup B([2,0],\frac{1}{2}) \cup \{[1,0]\}$.

4. Například $f(x,y) = 5x + y^2$.

5. $\frac{\partial g}{\partial u}(u,v) = \frac{\partial f}{\partial x}(u^2+v^2, u^2-v^2) \cdot 2u + \frac{\partial f}{\partial y}(u^2+v^2, u^2-v^2) \cdot 2u$,

   $\frac{\partial g}{\partial v}(u,v) = \frac{\partial f}{\partial x}(u^2+v^2, u^2-v^2) \cdot 2v - \frac{\partial f}{\partial y}(u^2+v^2, u^2-v^2) \cdot 2v$.

6. f je konstantní na každé přímce rovnoběžné s osou x.

   Jinými slovy, f nezávisí na x.

7. Například $f(x) = e^x$. Ta je ryze konvexní, protože $f''(x) = e^x > 0$ pro $x \in \mathbb{R}$, a zároveň je ryze kvazikonkávní, protože je rostoucí.

8. Funkce je konkávní, ryze konkávní, kvazikonkávní, ryze kvazikonkávní, kvazikonvexní, ryze kvazikonvexní.

   [Z obrázku je totiž patrné, že je ryze konkávní a rostoucí.]

9. f může být kvazikonvexní, ryze kvazikonvexní.

   [Množina $\{[x,y]; f(x,y) \geq 1\}$ není konvexní, takže f není kvazikonkávní (ani ryze kvazikonkávní). Vrstevnice ovšem umožňují, aby množiny $\{[x,y]; f(x,y) \leq c\}$ byly konvexní a přitom žádná z vrstevnic neobsahovala úsečku.]

10. $\mathbb{A}$ musí být typu $3 \times k$ a B typu $k \times 5$ pro nějaké $k \in \mathbb{N}$.

    To znamená, že $\mathbb{A}$ musí mít tři řáky, $\mathbb{B}$ musí mít pět sloupců a dále počet sloupců matice $\mathbb{A}$ se musí rovnat počtu řádků matice $\mathbb{B}$.

11. Například $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

12. 3×5.

13. $\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

14. Například $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

15. (a), (c).

    [V případě (b) je první vektor součtem druhého a třetího, v případě (d) je první vektor součtem druhého a poloviny třetího. Lineární nezávislost v případech (a),(c) je snadno vidět z definice; případně tak, že uvážíme matici 3×3, která má v řádcích příslušné vektory a vhodným prohozením sloupců z ní dostaneme schodovitou matici.]

16. Pro $x \neq 1$.

17. $\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

18. Vynásobí se číslem 7^n.

19. $f'(x) = \det \mathbb{A}$.

    [Je totiž $f(x) = x \cdot \det \mathbb{A}$.]

20. Pro $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ splňující $b_2 = 0$ a $b_3 = 2b_1$.

21. (a),(b).

22. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

23. $\frac{\partial f}{\partial x_3} = -1$, $\frac{\partial f}{\partial x_4} = 0$.
[Je totiž $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 5x_2 - x_3$.]

24. Znamená to, že všechny částečné součty s lichými indexy jsou stejné. Tj.
$$s_1 = s_3 = s_5 = s_7 = \dots (= a_1).$$

25. Například $a_n = \frac{1}{2n}$.

26. Například $a_n = \frac{1}{n^{3/2}}$.

27. Například $1, 1, -2, 1, 1, -2, 1, 1, -2, \dots$ nebo $1, -1, 0, 1, -1, 0, 1, -1, 0, \dots$

28. (a),(c),(d).

29. Dolní součet je $1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{2}{5} + 4 \cdot \frac{1}{5} = 2$. Horní součet je $2 \cdot \frac{2}{5} + 4 \cdot \frac{2}{5} + 6 \cdot \frac{1}{5} = \frac{18}{5}$.

30. Integrál je roven 1.

[Stačí spočítat obsahy příslušného obdélníku a trojúhelníků a sečíst je se správnými znaménky.]