I.1 O čem a k čemu je matematika
(a také nějaké značení a opakování)

O čem je matematika?

- Matematika je o abstraktních pojmech a vztazích mezi nimi.
- Předmětem matematiky je formulování a odvozování nových vztahů mezi pojmy (tzv. „matematických vět“).
- Přitom je často účelné zavádět nové pojmy (pomocí tzv. „definic“).

K čemu to je?

- Je to pěkné a zajímavé.
- Cvičí to mysl.
- Umožňuje to modelovat reálné situace (například z ekonomického života nebo z biologie, fyziky atp.).
- Umožňuje to získávat přesné výsledky o modelech přibližně odpovídajících skutečnosti.

Množiny a jejich prvky

- $x \in A$ ... x je prvkem množiny A
- $x \notin A$ ... x není prvkem množiny A
- $A \subset B$ nebo $A \subseteq B$ ... množina A je podmnožinou množiny B
- $\cap$ ... průnik, $\cup$ ... sjednocení
- $A \setminus B = \{x \in A \colon x \notin B\}$ ... rozdíl množin
- $\emptyset$ ... prázdná množina
- disjunktní množiny ... A a B jsou disjunktní, pokud $A \cap B = \emptyset$
- kartézský součin ... $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$

Výroková logika – logické spojky

- Výrok je tvrzení, které je pravdivé nebo nepravdivé.
- & nebo $\wedge \ldots$ konjunkce, logické „a“
- $\vee \ldots$ disjunkce (alternativa), logické „nebo“
- $\Rightarrow \ldots$ implikace
- $\Leftrightarrow \ldots$ ekvivalence
- $\neg$ nebo *non* … negace
- Tautologie je složený výrok, který je pravdivý nezávisle na pravdivosti elementárních výroků
- Příklady tautologií:
  $A \vee non(A)$; $non(A \,\&\, non(A))$;
  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (non(B) \Rightarrow non(A))$; $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow non(A \,\&\, non(B))$;
  $non(A\&B) \Leftrightarrow (non(A) \vee non(B))$; $non(A \vee B) \Leftrightarrow non(A) \,\&\, non(B)$;
  $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B)\&(B \Rightarrow A))$

Výrokové formy a kvantifikátory

- Výroková forma je výraz, z něhož vznikne výrok dosazením prvků daných množin za proměnné. Obecný zápis:
  $$A(x_1, \ldots, x_n),\ x_1 \in M_1, \ldots, x_n \in M_n.$$
- Je-li $A(x)$, $x \in M$ výroková forma, pak výrok „Pro každé $x \in M$ platí $A(x)$.“ zapisujeme ve tvaru $\forall x \in M\colon A(x)$. Výrok „Existuje $x \in M$, pro které platí $A(x)$.“ zapisujeme $\exists x \in M\colon A(x)$.
- $\forall x \in M\, \exists y \in N\colon A(x,y)$ znamená $\forall x \in M\colon (\exists y \in N\colon A(x,y))$ atp.
- Negace výroků s kvantifikátory:
  $non(\forall x \in M\colon A(x))$ je ekvivalentní $\exists x \in M\colon non(A(x))$;
  $non(\exists x \in M\colon A(x))$ je ekvivalentní $\forall x \in M\colon non(A(x))$.