

Příklad 1 : Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{x}{x^2 + 7 + \sqrt{x^2 + 7}} dx$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

Příklad 2 : Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \frac{x + n}{\sqrt{x^2 + n^2}} ? \quad (13 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Spočtěte $\int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)^2} dx$.

(13 bodů)

Příklad 4 : Rozviňte funkci

$$\frac{x + |x|}{2}, \quad x \in (-\pi, \pi)$$

ve Fourierovu řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

Příklad 5 : (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

- Napište příklad funkce definované na $\langle 0, 2 \rangle$, která není na tomto intervalu spojitá, a přitom má Riemannův integrál přes $\langle 0, 2 \rangle$.
- Napište příklad mocninné řady, která konverguje právě na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$.
- Existuje po částech spojitá 2π -periodická funkce, jejíž Fourierova řada je $7 + \sum_{n=1}^{\infty} (\cos nx - \sin nx)$? Zdůvodněte.
- Existuje podmnožina \mathbf{R} , jejíž hranice je $\langle 0, 1 \rangle$? Pokud ano, uveďte příklad.
- Nechť (M, ρ) je metrický prostor, A, B uzavřené podmnožiny M a $f : M \rightarrow \mathbf{R}$ zobrazení, které je spojité na množině A i na množině B . Musí být spojité na množině $A \cup B$? Pokud ne, uveďte příklad.