

Příklad 1 : Spočtete primitivní funkci

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin x(1 - \cos x)} dx$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

Příklad 2 : Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \left| \cos \frac{x}{n} \right|^n ? \quad (13 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Spočtete $\int_0^\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx \cdot \cos x}{n^3 - n + 1} dx$.

(13 bodů)

Příklad 4 : Rozviňte funkci

$$\cos \frac{x}{2}, \quad x \in (0, 2\pi)$$

ve Fourierovu řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

Příklad 5 : (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

- Napište příklad funkcí f, g omezených na $\langle 3, 7 \rangle$, pro které $\overline{\int_3^7 (f + g)} \neq \overline{\int_3^7 f} + \overline{\int_3^7 g}$.
- Napište příklad mocninné řady, která konverguje jen v bodě 5.
- Napište příklad spojitě periodické po částech hladké funkce, která nemá derivaci v bodě 0.
- Musí být sjednocení nekonečně mnoha uzavřených podmnožin \mathbf{R} uzavřená množina? Pokud ne, uveďte příklad.
- Nechť A je podmnožina metrického prostoru a $x \in \overline{A}$. Musí existovat prostá posloupnost $\{x_n\}$ prvků A , pro kterou $x_n \rightarrow x$? Pokud ne, uveďte příklad.