

## Písemka A z matematické analýzy MAI054

zimní semestr 2006 - 2007

Všechny postupy řádně zdůvodněte.

### Příklad 1.

Vyšetřete konvergenci posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1} - \sqrt{n^{n+2}(n+2)^n}}{n^n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

### Příklad 2.

Vyšetřete, zda konverguje řada

$$\sum_1^{\infty} \sin(\pi(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})) \arctg 4^n. \quad (10 \text{ bodů})$$

### Příklad 3.

Spočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos(\sin x)}}{\ln \sqrt{e^{2x} + x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

### Příklad 4.

Určete ve kterých bodech  $x \in R$  je spojitá funkce

$$f(x) = \max\{1, 2x, x^2\}^x \quad (10 \text{ bodů})$$

a ve kterých bodech existují její oboustranné resp. jednostranné derivace a spočítejte je.

### Příklad 5.

Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \sin x + |\cos x|. \quad (20 \text{ bodů})$$

Výsledky:

Příklad 1:  $\frac{3}{2}e$

Příklad 2: Řada diverguje. Lze použít limitní srovnávací kritérium a srovnat s řadou  $\sum \frac{1}{n^{2/3}}$ .

Příklad 3:  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

Příklad 4:  $D_f = R$ ,  $f$  je spojitá na  $R$ .

$$f'(x) = \begin{cases} (x^2)^x (\ln x^2 + 2), & x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty), \\ 0, & x \in (-1, \frac{1}{2}), \\ (2x)^x (\ln 2x + 1), & x \in (\frac{1}{2}, 2). \end{cases}$$

$f'_-(-1) = 2$ ,  $f'_+(-1) = 0$ ,  $f'_-(\frac{1}{2}) = 0$ ,  $f'_+(\frac{1}{2}) = 1$ ,  $f'_-(2) = 16(\log 4 + 1)$ ,  $f'_+(2) = 16(\log 4 + 2)$ .

Příklad 5:

