

Písemka C z matematické analýzy MAI054

zimní semestr 2006 - 2007

Všechny postupy řádně zdůvodněte.

Příklad 1. Spočítejte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\cos(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}{n} \right)^{n/7}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 2. Rozhodněte, pro která $x \in \mathbf{R}$ konverguje resp. absolutně konverguje řada

$$\sum_1^{\infty} \frac{n^{2nx}}{n!}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 3.

Spočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log \cos^2(\pi \cdot 4^x)}{\log \cos(\pi \cdot 2^x)}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 4. Určete ve kterých bodech $x \in \mathbf{R}$ je spojitá (případně jednostranně spojitá) funkce

$$f(x) = \max\{x^2, x+2\} \cdot (x-2) \quad (10 \text{ bodů})$$

a ve kterých bodech existují její oboustranné resp. jednostranné derivace a spočítejte je.

Příklad 5.

Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \exp\left(-\left|\frac{1+x}{x}\right|\right). \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemka C – výsledky:

Příklad 1: $\sqrt[7]{e}$.

Příklad 2: Pro $x < \frac{1}{2}$ konverguje absolutně, jinak diverguje. Lze použít podílové kritérium.

Příklad 3: 32.

Příklad 4: $D_f = \mathbf{R}$, f je spojitá na \mathbf{R} .

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4x, & x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty), \\ 2x, & x \in (-1, 2). \end{cases} \quad f'_-(-1) = 7, \quad f'_+(-1) = -2, \\ f'(2) = 4.$$

Příklad 5:

