

Úvod do parciálních diferenciálních rovnic – návrh nového sylabu

Zimní semestr 2/2 (8 přednášek analýza, 6 přednášek numerika)

1. Základní informace o PDR (2 přednášky)

Notace. Různé typy PDR. Klasifikace PDR 2. řádu ve 2D a v R^n . Rovnice matematické fyziky. Počáteční a okrajové podmínky. Cauchyova úloha. Klasické řešení. Korektnost úlohy.

2. Metoda konečných diferencí (2 přednášky)

Základní myšlenky a vztahy, různé diskretizace Cauchyovy úlohy pro rovnici konvekce-difúze. Von Neumannova analýza stability jednokrokových schémat pro Cauchyovy úlohy.

3. Cauchyova úloha pro soustavy kvazilineárních PDR m -tého řádu (1 přednáška)

Základní informace o větě Cauchyově-Kowalevské. Ukázka výpočtu derivací z PDR a Cauchyových dat na necharakteristické křivce pro kvazilineární rovnici 2. řádu.

4. Cauchyova úloha pro kvazilineární PDR 1. řádu (1 přednáška)

Charakteristiky. Konstrukce a vlastnosti řešení ve speciálních případech.

5. Numerické řešení transportní rovnice (4 přednášky)

Příklady různých diskretizací, CFL podmínka, von Neumannova analýza, upwinding. Fázová rychlost a disperze. Chyba diskretizace a chyba aproximace. Diskrétní princip maxima pro Cauchyovy úlohy a jeho význam pro odhady chyby aproximace. Numerické okrajové podmínky. Laxovo-Wendroffovo schéma, schéma Crankovo-Nicolsonové, leapfrog scheme.

6. Vlnová rovnice (4 přednášky)

Řešení Cauchyovy úlohy a smíšené úlohy pro rovnici struny metodou charakteristik. Fourierova metoda pro rovnici struny. Integrál energie. Metoda sférických průměrů a metoda sestupu pro vlnovou rovnici v R^n .

Letní semestr 2/2 (7 přednášek analýza, 6 přednášek numerika)

1. Parabolické rovnice (2 přednášky)

Princip maxima pro parabolické rovnice na omezené prostorové oblasti, apriorní odhad. Řešení Cauchyovy úlohy pro rovnici vedení tepla pomocí Fourierovy transformace, princip maxima. Řešení smíšené úlohy pro rovnici vedení tepla Fourierovou metodou.

2. Numerické řešení smíšené úlohy pro rovnici vedení tepla v 1D (3 přednášky)

Explicitní a implicitní metoda, theta-schéma. Fourierova analýza, chyba diskretizace, princip maxima, konvergence.

3. Analýza obecného schématu pro rovnice 1. řádu v čase (1 přednáška)

Vztah konzistence, konvergence a stability, Laxova věta o ekvivalenci.

4. Eliptické rovnice (5 přednášek)

Princip maxima pro eliptické úlohy. Okrajové úlohy pro Laplaceovu a Poissonovu rovnici. Věta o třech potenciálech. Greenova funkce. Poissonův vzorec pro řešení Dirichletovy úlohy pro Laplaceovu rovnici na kouli. Harmonické funkce. Existence řešení Dirichletovy úlohy pro Laplaceovu rovnici.

5. Numerické řešení eliptických rovnic (2 přednášky)

Odhad chyby pro diskretizaci Poissonovy rovnice. Obecná rovnice difúze. Diskretizace v neregulárních uzlech. Princip maxima pro diskretizace eliptických úloh. Odhady chyby.