

Pravděpodobnost a matematická statistika - návrh sylabu

1. Axiomatické zavedení pravděpodobnosti

2p

- axiomatické zavedení pravděpodobnosti, pravděpodobnostní prostor
- základní vlastnosti pravděpodobnosti: subaditivita, spočetná aditivita, spojitost pravděpodobnostní míry, princip inkluze a exkluze
- podmíněná pravděpodobnost; základní věty o výpočtu pravděpodobnosti: o násobení pravděpodobností, o celkové pravděpodobnosti, Bayesova věta
- nezávislost náhodných jevů
- příklady

2. Náhodné veličiny

3p

- náhodná veličina a σ -algebra jevů generovaná náhodnou veličinou
- distribuční funkce náhodné veličiny a její vlastnosti, rozdělení náhodné veličiny (míra indukovaná náhodnou veličinou), hustota rozdělení vzhledem k σ -konečné míře (aplikace Radon-Nikodýmovy věty)
- speciální případy - diskrétní a absolutně spojitě náhodné veličiny
- střední hodnota, další momenty náhodné veličiny, výpočetní vzorce
- Čebyševova nerovnost, nerovnosti mezi momenty
- některá diskrétní a absolutně spojitá rozdělení
- rozdělení funkce náhodné veličiny, věta o monotónní transformaci

3. Náhodné vektory

3p

- náhodné vektory; distribuční funkce, marginální distribuční funkce a jejich vlastnosti
- rozdělení náhodného vektoru (míra indukovaná náhodným vektorem), hustota vzhledem k součinu σ -konečných měr
- speciální případy - diskrétní a absolutně spojitě náhodné vektory
- momenty, kovariance a korelace
- některá mnohorozměrná rozdělení

4. Nezávislost a transformace

4p

- nezávislé náhodné veličiny; sdružené rozdělení, příslušná Lebesgueova-Stieltjesova míra, ekvivalentní podmínky nezávislosti n.v.
- věta o rozdělení funkce dvou nezávislých náhodných veličin (speciálně součet, součin, podíl), věta o konvoluci
- věta o transformaci hustoty pro spojitě rozdělené náhodné vektory
- další příklady (funkce normálně rozděleného vektoru, χ^2 rozdělení, Studentovo t -rozdělení)
- vlastnosti varianční a korelační matice

5. Zákony velkých čísel

3p

- Cantelliho věta, Borelův 0-1 zákon
- konvergence posloupnosti náhodných veličin - skoro jistě a v pravděpodobnosti; vlastnosti, vztahy, příklady
- Čebyševův slabý zákon velkých čísel
- silný zákon velkých čísel pro stejně a nesterjně rozdělené náhodné veličiny, Kolmogorovova nerovnost

6. Centrální limitní věta

3p

- konvergence v distribuci; definice, vlastnosti, Cramérova-Slutzkého věta
- centrální limitní věta pro stejně rozdělené náhodné veličiny, CLV pro nesterjné rozdělené náhodné veličiny (Ljapunovova) (bez Dk), CLV pro binomickou náhodnou veličinu (Moivrova-Laplaceova)
- mnohorozměrná CLV pro stejně rozdělené náhodné vektory, Cramérova-Woldova věta (bez Dk)
- použití CLV

7. Odhady parametrů

2p

- úloha odhadu, náhodný výběr, parametrická třída rozdělení
- bodový odhad parametru rozdělení; metody konstrukce: metoda momentů a metoda maximální věrohodnosti
- vlastnosti odhadu: nestrannost a konzistence, kritéria kvality odhadu
- příklady
- nestranný a konzistentní odhad střední hodnoty a rozptylu rozdělení

8. Intervalv spolehlivosti

3p

- úloha intervalového odhadu, návod na konstrukci intervalového odhadu (intervalu spolehlivosti), využití kvantilů
- bodový a intervalový odhad střední hodnoty a rozptylu normálního rozdělení
- intervalové odhady parametru založené na centrální limitní větě

9. Testování hypotéz

3p

- testy hypotéz; hypotéza a alternativa, hladina testu a síla testu, nestranné a asymptoticky nestranné testy
- testová statistika a kritický obor, p -hodnota
- konstrukce testů, vztah mezi testy hypotéz a intervalovými odhady
- příklady
- testy pro střední hodnotu a rozptyl normálního rozdělení
- testy hypotéz o střední hodnotě a rozptylu založené na centrální limitní větě