

3. zápočtový test, verze A

Na test máte 30 minut. Hodnotí se binárně. Příklad je buď správně nebo chybně. Potřebujete mít 2 příklady správně.

Určete následující limity, nebo dokažte, že daná limita neexistuje:

1)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1},$$

2)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + 2x}{2 + 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}},$$

Spočtete definiční obor derivace a derivaci funkce f :

3)

$$f(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$$

Jednotlivé kroky výpočtu je třeba zdůvodnit.

3. súprätroj' sevl, verze A - minna 101 - 2017

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - x + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}}$$
$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)} = \frac{3}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+2x}{2+3x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \exp \left(\frac{1}{x^2} \lg \frac{1+2x}{2+3x} \right) = 0,$$

pretože $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \lg \frac{1+2x}{2+3x} \stackrel{AL}{=} -\infty$.

$\rightarrow +\infty$ $\rightarrow \frac{1}{2}$

$\rightarrow -\lg 2 < 0$

je splněna podm., že $\frac{1}{x^2} \lg \frac{1+2x}{2+3x} \neq -\infty$ na j. P(0).

$$3) f(x) = \exp(\cos x \lg \sin x)$$

$$D(f) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (2k\pi, (2k+1)\pi)$$

Prozřetelně a desimaci strěro' funkce uvěšeno pouzřt' pro vřechu $x \in D(f)$: $f'(x) = (\sin x)^{\cos x} \left((-\sin x) \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x - \right.$

$$f'(x) = (\sin x)^{\cos x} \left(-\sin x \lg \sin x + \cos x \frac{1}{\sin x} \cos x \right) =$$
$$= (\sin x)^{\cos x + 1} \left((\cot x)^2 - \lg \sin x \right)$$