24. cvičení - Taylorův polynom 1

Nalezněte Taylorův polynom stupně k pro funkci f v bodě x_0:

1. $\tan x, k = 4, x_0 = 0$, 2. $x \log x, k = 3, x_0 = 1$, 3. $\cos(\sin x), k = 5, x_0 = 0$.

Za pomoci Taylorových polynomů spočtěte:

4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}$, 5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^3} - 1}{\sin x - x}$, 6. $\lim\limits_{n\to\infty} n^4\big(\cos\frac{1}{n} - e^{-\frac{1}{2n^2}}\big)$

7. Nalezněte $k \in \mathbf{N}$, aby $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arctan x - \tan x}{x^k} \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, 8. $\lim\limits_{x\to 0}\big(\dfrac{1}{x^2} - \operatorname{cotg}^2 x\big)$.

9. Nechť $k, l \in \mathbf{N}$. Dokažte, že pro $x \to 0$ platí

$$(i)\ x^k o(x^l) = o(x^{k+l}), \quad (ii)\ o(x^k)o(x^l) = o(x^{k+l})$$

$$(iii)\ o(x^k) + o(x^l) = o(x^{min\{k,l\}}), \quad (iv)\ o(x^k + o(x^l)) = o(x^k) \text{ pro } k < l.$$