

## Cvičení 13

**Problém 1.** Buď  $C \subset \mathbb{R}^n$  neprázdná množina,  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  bijektivní afinní zobrazení. Dokažte, že  $\mathcal{E}$  je Löwnerův-Johnův elipsoid pro  $C$ , právě když  $h(\mathcal{E})$  je Löwnerův-Johnův elipsoid pro  $h(C)$ .

**Problém 2.** Buď  $T$  rovnostranný trojúhelník v  $\mathbb{R}^2$ . Jak vypadá Löwnerův-Johnův elipsoid pro  $T$ ?

**Problém 3.** Použijte výsledky předchozích dvou problémů k nalezení Löwnerova-Johnova elipsoidu pro trojúhelník v  $\mathbb{R}^2$  s vrcholy  $(0, 0)$ ,  $(1, 2)$  a  $(3, 7)$ .

**Problém 4.** Je gradientový sestup afinně invariantní? Tj. platí, že pokud pro nějakou  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  a počáteční bod  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^n$  najde gradientový sestup posloupnost bodů  $\mathbf{x}^{(k)}$  a  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  je bijektivní afinní zobrazení, tak gradientový sestup najde pro  $f \circ h^{-1}$  počáteční bod  $h(\mathbf{x}^{(0)})$  posloupnost  $h(\mathbf{x}^{(k)})$ ?