

# Třetí cvičení

26. října 2012

**Příklad 1.** Najděte všechna  $x \in \mathbb{Z}$ , pro která platí

a)

$$10x \equiv 6 \pmod{32}$$

$$3x \equiv 1 \pmod{5}$$

b)

$$13x \equiv 15 \pmod{27}$$

$$2x \equiv 1 \pmod{3}$$

c)

$$3x \equiv 11 \pmod{23}$$

$$5x \equiv 1 \pmod{15}$$

**Příklad 2.** Rozhodněte, zda je okruh s jednotkou, obor integrity či těleso:

a)  $(\mathbb{Z}, +, -, \cdot, 0)$

b)  $(\mathbb{Z}, +, -, *, 0)$ , kde  $x * y = 0$

c)  $(\mathbb{R}[x, y, z], +, -, \cdot, 0)$  (polynomy ve třech proměnných)

d) Matice  $n \times n$  nad  $\mathbb{R}$  s maticovým sčítáním, odčítáním a násobením (pro fixní  $n \in \mathbb{N}$ ).

e)  $(\mathbb{R}^3, +, -, \times, 0)$ , kde  $\times$  je vektorové násobení, tj.  $x \times y = \|x\| \cdot \|y\| \cdot \sin \theta \cdot n_{x,y}$

**Příklad 3.** Které prvky jsou invertibilní v oborech  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}_n$ ,  $\mathbb{Z}[i]$ ,  $\mathbb{Z}[i\sqrt{2}]$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}[x]$ ,  $\mathbb{R}[[x]]$  ?