Domácí úkol číslo 3

Buď R obor integrity. Potom se funkce $\nu : R \to \mathbb{Z}$ nazývá *euklidovská norma*, pokud platí:

1. Pro každé $a, b \in R$, že $a|b$ a $b \neq 0$, máme $\nu(a) \leq \nu(b)$.
2. Pro každé $a, b \in R$, $b \neq 0$ existují $c, d \in R$, že $a = bc+d$ a platí $\nu(b) > \nu(d)$ (dělení se zbytkem).

Nechť na R existuje funkce $\mu : R \to \mathbb{N}_0$ splňující bod 2 (tj. pro každé $a, b \in R$, $b \neq 0$ existují $c, d \in R$, že $a = bc + d$ a platí $\mu(b) > \mu(d)$). Dokažte, že potom na R existuje také euklidovská norma ν.