Opakovací cvičení 10. 11. 2011

Příklad 1. Najděte všechny podgrupy:

1. S_3
2. $\mathbb{Z}_8$
3. $\mathbb{Z}_1 3$
4. S_4

Příklad 2. Rozhodněte, zda je homomorfismus:

1. $f : (\mathbb{Q}^+, \cdot) \to (\mathbb{R}, +); f(q) = q$
2. $g : GL(2, \mathbb{R}) \to GL(2, \mathbb{R}); g(A) = A^T$
3. $\omega : S_4 \to \mathbb{Z}_4; \omega(\pi) = \pi(1)$
4. $h : \mathbb{Z} \to GL(2, \mathbb{R}); h(k) = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Příklad 3. Rozhodněte, zda S_{100} obsahuje podgrupu isomorfní:

1. S_3
2. $\mathbb{Z}_2$
3. $\mathbb{Z}_5$
4. $\mathbb{Z}$

Příklad 4. Pro následující $H \leq G$ nakreslete levé a pravé rozkladové třídy G podle H a rozhodněte, zda je H normální:

1. $6\mathbb{Z} \leq \mathbb{Z}$
2. $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\} \leq \mathbb{Z}_2 4$
3. $\{id, (1, 2)(3, 4)\} \leq S_4$
4. $\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R}^+\} \leq GL(2, \mathbb{R})$

Příklad 5. Pro následující $H \trianglelefteq G$ vypište rozkladové třídy G dle H, z každé třídy vyberte jednoho zástupce a na vzniklé množině zástupců Z definujte grupovou operaci $\circ$, aby $(Z, \circ)$ byla isomorfní G/H.

1. $A_3 \trianglelefteq S_3$
2. $\{\pm 1\} \trianglelefteq (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$
3. $\mathbb{Z} \trianglelefteq \mathbb{R}$
4. $\{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \trianglelefteq S_4$