- **FORWARDY**

$F = S_t \cdot e^{r(T-t)}$

$\rightarrow$ Itô: $\frac{\partial F}{\partial S} = e^{r(T-t)}$ ; $\frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = 0$ ; $\frac{\partial F}{\partial t} = -r \cdot e^{r(T-t)} \cdot S$

- $dS_t = a S_t dt + \sigma S_t dW_t$

Itô $\Rightarrow$ $dF_t = -r \cdot S_t e^{r(T-t)} dt + e^{r(T-t)} dS_t$

$\Rightarrow dF_t = -r S_t \cdot e^{r(T-t)} dt + e^{r(T-t)} [a S_t dt + \sigma \cdot S_t dW_t] =$

$= (-r + a) \cdot e^{r(T-t)} \cdot S_t dt + \sigma \cdot e^{r(T-t)} \cdot S_t \cdot dW_t =$

$= (a-r) \cdot F_t dt + \sigma \cdot F_t dW_t$

Tedy $F_t$ se řídí logaritmicko-normálním procesem (pouze posun ~~a~~ ... $(a-r)$)

$\Rightarrow$ call na futures: $c = e^{-r(T-t)} [F \cdot \Phi(d_1) - K \cdot N\,\Phi(d_2)]$

$d_1, d_2$ také vycházejí lehce jinak

## VI. Modelování úrokových měr

Scénáře.pdf

$dw(t) = b(t, w(t)) dt + \sigma(t, w(t)) dW(t)$, $w(0) = w_0$, $t \geq 0$

- $b, \sigma$ nezávisí na $t$ ... difuzní ~~model~~ proces

návrat k průměru — když $X(t)$ roste $\Rightarrow$ klesá

- Vašíčkův model: $dX(t) = a(\mu - X(t)) dt + \sigma dW(t)$
- Cox-Ingersoll-Ross: $dX(t) = a(\mu - X(t)) dt + \sigma \sqrt{X(t)}\, dW(t)$

ne úplně, ale vyhýbá se jim $\leftarrow$ neuteče do záporných hodnot

exponenciální

- Ornstein-Uhlenbeck: $dX(t) = [-a X(t) \ln(X(t)) + \frac{1}{2} X(t) \sigma^2] dt + \sigma X(t) dW(t)$

uteče do nesmyslných hodnot

- Vašíčkův model
- $dw(t) = b(k - w(t)) dt + \sigma dW(t)$, $t \geq 0$, $b > 0$

  $b(t, w(t)) = b(k - w(t))$, $\sigma(t, w(t)) = \sigma$
- tzv. Ornstein-Uhlenbeck (ne exponenciální!) proces
- záporné hodnoty $w(t)$ nelze vyloučit

návrat k průměru

⇒ diskretizace $\Delta = 1/b$

$w_{(n+1)\Delta} = bk\Delta + w_{n\Delta}(1 - b\Delta) + \sigma\sqrt{\Delta}\,\varepsilon \;;\; n = 0, 1, \dots$

$\varepsilon$ nezávislé, $N(0,1)$

arbitrážně daná vstupní hodnota $w_0$

REÁLNÉ OPCE

- týkají se jednotlivých projektů:
  cena: rozšíření opencard, odstoupení od S-karet
- předpoklad:
  - rozhodování o financování a realizaci projektu jsou navzájem nezávislé
  - projekty na sobě nezávislé (→ nehodí se Markowitz v něm korelovanost)
  - neznámá tržní míra ⇒ ohodnocení podniku (alternativní náklad kapitálu)

    př: podnik přechází na novou technologii

    → růst o 5% ... ověřená technologie; tržní míry 10% ... nadějná technologie; 30% ... spekulativní technologie
- hodnota firmy ≈ cena aktiva (ne rozdělením na dluh a vlastní jmění) – Nobelova cena
- realita: náklady
- reálné opce:
  - opce následné investice, pokud je první projekt úspěšný (otestování trhu)
  - opce vzdát projekt (S-karta)
  - opce vyčkat (čekám na vývoj v Eurozóně)
  - opce načasovat a stáhnout (např. obligace – má nižší hodnotu)

- Př: Projekt, NPV, volba r !
  závisí na údajích - scénáře (poptávka, konkurence, výrobní náklady, ...)
- projekt přijímám ⇔ NPV ≥ 0
  projekt nepřijímám ⇔ NPV < 0 (přijímám, pokud mi nejde o peníze, ale např. jde o charitu)
- ? r dá NPV ≥ 0 ... bod zvratu / vyrovnání
- hůře se hodnotí projekty týkající se bezprostředně lidí (Opencard, S-karta)

- Optimalizační model ~ $\boxed{\text{knapsack (batoh)}}$
- $a_i^t$ ... kapitálový požadavek na realizaci i-tého v t
  $c^t$ ... disponibilní kapitál v t
  $v_i$ ... NPV i-tého projektu $\boxed{\max \sum_{i=1}^{N} v_i x_i}$
  $\boxed{x_i = 0 / 1}$ : nepoužijeme i-tý projekt
  N ... # možných projektů
- $\sum_{i=1}^{N} a_i^t \cdot x_i \le c^t$ , $t = 0, \dots, T$
  ↳ lze i jiná omezení, než kapitálu
- vazby projektů, priority : $\sum_{i \in J_i} x_i \le 1$ , $x_i \le x_j$
  - $x_i$ ... postavím halu
    ⇒ $x_j$ ... nakoupím stroje
  - ne naopak ; $x_i = 0$ ⇒ nenakoupím stroje, když nebudu stavět halu, tj. $x_j = 0$
  $J_i$ ... množina obchodních zón
  ⇒ vybereme maximálně jednu
- ⊖ proměnné, přes které se maximalizuje jsou celočíselné ⇒ ↑↑ velikost
- projekt není černá skříňka :
  model mi dá výsledky → ? jak se změní při změně určitých veličin (jiný vývoj úr. míry ...)
  - projekt přijímám ⇔ NPV(i) > 0 ⇒ ? pro které i je