- nejsou chráněné před inflací (kromě indexovaných)
- pokud se zvýší úroková sazba, zvýší se i kupón
→ nejistota z úr. měr, kvality dlužníka (default?)

• jsou částečně chráněné před inflací (podle inflace se upravuje cena akcie)

II. Obligace

- dlouhodobý, střednědobý CP
= uznání závazku : věřitel | dlužník
- jeden z nejstarších CP
= CP s pevným důchodem (max. pěti-leté vládní obligace)
- F... nominální hodnota
  T... datum (do) splatnosti = maturita

koupím ji pod cenou a dostanu ji za F (bez kupónu)
s kupónem ... C_t (v čase t)

- pevné kupony: $P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}$ férová cena
  = fixed coupon bond

ale
- nepevné kupóny : indexace s ohledem na inflaci, různé
  svolatelné, platební neschopnost
- r ... nemusí být konstantní - různé pro různá období

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{f_t}{\prod_{k=0}^{t-1}(1+r_k)}$$, ale r v budoucnosti stejně neznám

- daně, transakční náklady
  AÚV ... cena mezi termíny výplat kupónů
- vnitřní míra výnosnosti = výnosnost do splatnosti
  • ⊘ kupon: $P_0 = \frac{F}{(1+r)^n} \Rightarrow r = \sqrt[n]{\frac{F}{P_0}} - 1$

  ⇒ srovnatelnost obligací s různou dobou splatnosti
  • konstantní kupóny : $C_t = C$ $t < n$, $C_n = F + C$

$c = C/F$ kuponová sazba

C/P_0 běžná výnosnost

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Fc}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n} = F\left[\frac{c}{1+r} \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{1-(1+r)^{-1}} + \frac{1}{(1+r)^n}\right]$$

- $P_0 = F \Rightarrow r = c$ vnitřní míra výnosnosti = kupónová sazba
  - $\cancel{i^*}$ — Lżikax

& držím obligaci do splatnosti

- zaručený důchod: pokud ji držím do splatnosti
- cenu obligace určuje:
  - tržní úr. míra –
  - r, doba do splatnosti n, C_t, specifické zdanění, riziko platební neschopnosti emitenta, svolání před splatností (pokud se příliš zvýší r)
- riziková obligace: cena ↓, výnos do splatnosti ↑
  - ~~výnosnost~~ $i^* + s$ (spread ... s)
- výnosová křivka
  - stejná riziková kategorie

  podle doby do splatnosti vypočítáváme vnitřní míru r.
- ~~nejvyšší~~ další riziko: změna úr. míry ⇒ DURACE = kvantifikace rizika změny úr. míry
  - předpoklady: plochá výnosová křivka, paralelní a malé posuny ploché výnosové křivky

Bez. kupónový bond

- $P_0(r) = \frac{F}{(1+r)^n}$ → Taylor: $P_0(r+\delta r) \doteq P_0(r) + \delta r \frac{dP_0(r)}{dr}$ dolarová durace
- $\frac{\Delta P_0(r)}{P_0(r)} = \frac{P_0(r+\delta r) - P_0(r)}{P_0(r)} = \cancel{-\frac{n\,\delta r}{1+r}} = -\frac{1}{P_0}\cdot\frac{dP_0}{dr} \cdot \Delta r$ modifikovaná durace
- durace = lokální charakteristika platící nyní pro ~~tam~~ malé posuny (& paralelní)
- $\frac{1+r}{P_0} \cdot \frac{dP_0}{dr}$ Macaulyho durace
- obligace s kupóny = portfólio bezkupónových obligací

$D = \frac{\sum t \cdot f_t(r)}{P_0(r)}$ Macaulyho durace

$$\frac{\Delta P_0(r)}{P_0(r)} = -D\frac{\Delta r}{1+r} + \frac{1}{2}\cdot C(\Delta r)^2$$

- dolarová – vyjádřena v penězích
- modifikovaná – bezrozměrná

- $\underbrace{\Delta P_0(r) = -m\cdot\Delta r}_{\text{DURACE}} + \underbrace{1/2\, m(m+1)(\Delta r)^2}_{\text{KONVEXITA}}$ $\quad C = \frac{1}{P_0}\frac{d^2 P(r)}{dr^2}$

- př: Obligace bez kupónů, splatná v čase T, opce na svolání za X v $t^* < T$.

$\frac{F}{(1+r)^T}$ → svolání: $\frac{X}{(1+r)^{t^*}}$

$(1-p)\cdot\frac{F}{(1+r)^T} + p\frac{X}{(1+r)^{t^*}}$, p… pst svolání

→ obdobně: případ možného DEFAULTu (high-yield, junk bonds)
↳ ↑↑ výnos ↳ může dojít k defaultu

- rating = míra psti úpadku korporace (10 skupin AAA, AA, A, …, CCC, D-default)
  - podnik nemůže mít vyšší rating, než země, ve které sídlí
  - S&P, Moody's
- čelení riziku
  - fin. deriváty odvozené od obligací
  - svolání
  - durace = doba do splatnosti – u bezkupónových (Důkaz)
    < ——— || ——— – u kupónových

→ imunizace portfólia (charakteristická pro obligace)

- $\sum PV_j \cdot x_j = PV_L$ … současná čistá hodnota
  ↳ portfólio ↳ závazky
- $\sum D_j x_j = D_L$ … shoda durací: dolarová (Macaulyho a modifikovaná nefungují)
  obligací portfólio ↳ závazky
- obligace j zastoupena v portfóliu x_j
- $x_j \geq 0 \quad \forall j$

minimální cena $\sum_j P_{0j}\cdot x_j$

⇒ úloha lineárního programování

• možnosti: LADDER PORTFOLIO

[diverzifikace: „z donucení" $l_j \le x_j \le u_j \quad \forall j$

co nejpřesnější shoda trvání obligací s D_L (drahé)

BULLET PORTFOLIO

• nepříjemnost: citlivé na nestejné změny krátkodobých a dlouhodobých úr. měr

• portfólio se zaručeným výnosem

$\min \sum_{j=1}^{J} c_j \cdot x_j$ $\quad c_j$ ... tržní ceny obligací, x_j ... množství

závazky

$\sum_{j=1}^{J} f_{jt} x_j = L_t$ $\quad f_{jt}$ ... toky obligace j v čase t

$x_j \ge 0$

vstupní kapitál

⇒ $\min \sum_{j=1}^{J} c_j \cdot x_j + v_0$

přebytek z minulého období

$\sum_{j=1}^{J} f_{jt} x_j + a_{t-1} v_{t-1} - v_t = L_t$

$x_j \ge 0, \; v_t \ge 0 \quad \forall t$

altern.:

⇒ $\min \sum_{j=1}^{J} c_j \cdot x_j$ s.t. $\sum PV_j \cdot x_j \ge PV_L$ ... pozor riziko úr. sazby a proto

VEKTOROVÁ OPTIMALIZACE

- Imunizace portfólia

• PV_j ... současná hodnota j-té obligace

c_j ... cena, za kterou mohu j-tou obligaci pořídit

x_j ... váha j-té obligace

PV_L ... PV dluhu

• $PV_{jt}(r) = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{f_{j\tau}}{(1+r)^{\tau}}$

• durace: postih odchylek - malých + paralelních

• imunizace portfólia: stejné PV obligací a závazků

stejná durace obligací a závazků

• problém: neznámé úr. míry r

- scénáře: odhad statistickými metodami

dostanu je z NERVu

- podmínka neanticipativnosti = rozhoduji se nyní,