- Diskrétní rozdělení: $X \ldots x_1, \ldots, x_s$ s pravděpodobností $\frac{1}{s}$ $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_s$

  $Y \ldots y_1, \ldots, y_s$ s pravděpodobností $\frac{1}{s}$ $y_1 \leq y_2 \leq \ldots \leq y_s$

  $X \succeq_{SSD} Y \iff \sum_{i=1}^{z} x_i \geq \sum_{i=1}^{z} y_i \quad \forall z = 1, \ldots, s$ (nejlépe přes kvantilové vyjádření)
- normální rozdělení: $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$, $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$

  $X \succeq_{SSD} Y \iff \mu_X \geq \mu_Y$ a $\sigma_X^2 \leq \sigma_Y^2$
- lognormální rozdělení $X \sim \log N(\mu_X, \sigma_X^2)$, $Y \sim \log N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$

  $X \succeq_{SSD} Y \iff EX \geq EY$ a $\sigma_X / EX \leq \sigma_Y / EY$
- exponenciální rozdělení: $X \sim \exp(\lambda_X)$, $Y \sim \exp(\lambda_Y)$

  $X \succeq_{SSD} Y \iff \lambda_X \leq \lambda_Y$
- gamma rozdělení: $X \sim \text{gamma}(k_X, \vartheta_X)$, $Y \sim \text{gamma}(k_Y, \vartheta_Y)$

  $X \succeq_{SSD} Y \iff k_X / k_Y \geq \max(1, \vartheta_Y / \vartheta_X)$

  v případě $X \succ_{SSD} Y \iff k_X / k_Y \geq \max(1, \vartheta_Y / \vartheta_X)$ a ostrá nerovnost pro $\vartheta_Y / \vartheta_X = 1$.

STOCHASTICKÉ PROGRAMOVÁNÍ

úloha: $\min f(x)$

s.t. "$g_i(x, \omega) \geq 0$", $i = 1, \ldots, m$

$x \in X$

$\iff P(g_i(x, \omega) \geq 0, \forall i) = 1$ ... množina takových přípustných x se nazývá permanently feasible.

- v praxi velmi omezující, neboť permanently feasible množina je častokrát dokonce prázdná!!
- proto se omezíme na množinu $\mathcal{X}(\alpha)$

$\mathcal{X}(\alpha) = \{x \in X, P(g_i(x, \omega) \geq 0) \geq \alpha_i;\ i = 1, \ldots, m\}$; individuální pravd. omezení $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$

$\mathcal{X}(\alpha) = \{x \in X, P(g_i(x, \omega) \geq 0, \forall i = 1, \ldots, m) \geq \alpha\}$ sdružené pravděpodobnostní omezení

(1) INDIVIDUÁLNÍ PRAVDĚPODOBNOSTNÍ OMEZENÍ

Věta: nechť $g_i: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ jsou konkávní. Pak $\mathcal{X}_i(\alpha_i) = \{x: P(g_i(x) \geq \omega_i) \geq \alpha_i\}$ je konvexní pro libovolné pravděpodobnostní rozdělení ω a libovolné α_i.

Důsledek: $\mathcal{X}(\alpha) = \bigcap_{i=1}^{m} \mathcal{X}(\alpha_i) \cap X$; pro X konvexní je $\mathcal{X}(\alpha)$ konvexní

- Důkaz: věta předpokládá g_i ve tvaru $g_i(x, \omega_i) = g_i(x) - \omega_i$

  $P(g_i(x) \geq \omega_i) \geq \alpha_i \iff F_i(g_i(x)) \geq \alpha_i$; F_i distribuční funkce ω_i

  $x_1, x_2 \in \mathcal{X}_i(\alpha_i)$ $\hat{x} = (1-\lambda)x_1 + \lambda x_2$, $\lambda \in (0,1)$ $\overset{?}{\Rightarrow}$ $\hat{x} \in \mathcal{X}_i(\alpha_i)$

  $g_i(\hat{x}) = g_i((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2) \geq (1-\lambda) g_i(x_1) + \lambda g_i(x_2) \geq \min\{g_i(x_1), g_i(x_2)\}$