můžeme charakterizovat dostupnou informaci množinou přípustných rozdělení $\mathcal{P}$. Ukažme např., že máme pouze informaci o prvních dvou momentech rozdělení, pak

$$P \in \mathcal{P} := \{ P : E_P[X] = \mu,\ E_P[X-\mu]^2 = \sigma^2 \}.$$

Definujeme:

$$VaR_\alpha^{wc}(X) := \min_{x \in \mathbb{R}} \sup_{P \in \mathcal{P}} \{ x : P[X \le x] \ge \alpha \},$$

$$CVaR_\alpha^{wc}(X) := \min_{a \in \mathbb{R}} \sup_{P \in \mathcal{P}} \{ a + \tfrac{1}{1-\alpha} E[X-a]^+ \}.$$

UŽITKOVÉ FUNKCE

Definice (kardinální užitková funkce) $u: I \to \mathbb{R}$ je kardinální užitková funkce $\Leftrightarrow$ u je spojitá a rostoucí na $I \subset \mathbb{R}$. (rostoucí = investor je nenasycený)

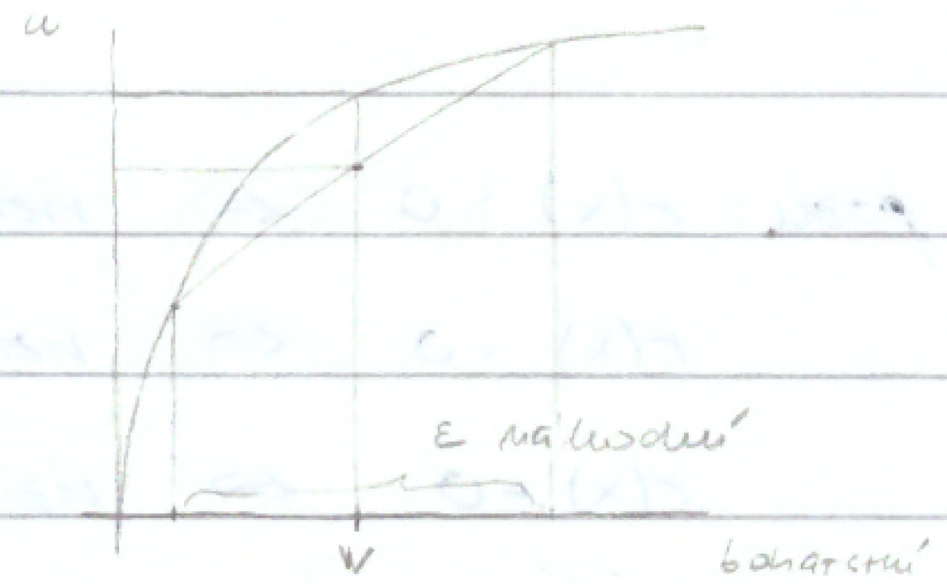
Definice: investor je rizikově averzní $\Leftrightarrow$ $Eu(W+\varepsilon) < u(W+E\varepsilon)\ \forall \varepsilon$.
Investor je rizikově neutrální na kladném majetku W $\Leftrightarrow$ $Eu(W+\varepsilon) = u(W+E\varepsilon)\ \forall\varepsilon$
Investor je riziko oblibující na kladném majetku W $\Leftrightarrow$ $Eu(W+\varepsilon) > u(W+E\varepsilon)\ \forall\varepsilon$.

pozn: riziková averze = raději vždy přijmu střední hodnotu výnosu, než abych podstupoval riziko kvůli ε.

Věta: investor je globálně rizikově averzní $\Leftrightarrow$ jeho užitková funkce u je striktně konkávní na I.
Investor je globálně rizikově neutrální $\Leftrightarrow$ jeho užitková funkce u je lineární na $I \subset \mathbb{R}$.
Investor je globálně riziko oblibující $\Leftrightarrow$ jeho užitková funkce u je striktně konvexní na $I \subset \mathbb{R}$.

Důkaz: nechť u je striktně konkávní na I. Jensenova nerovnost $\Rightarrow$

$Eu(W+\varepsilon) < u(E(W+\varepsilon)) = u(W+E\varepsilon)$. $\forall\varepsilon$



Nechť investor je globálně rizikově averzní a uvažujme tzv. ε:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \lambda a & p &= 1-\lambda \\ &= -(1-\lambda)a & p &= \lambda \end{aligned}\right\} \quad E\varepsilon = \lambda a(1-\lambda) - (1-\lambda)a\lambda = 0$$

$u(W+E\varepsilon) = u(W) > Eu(W+\varepsilon) = (1-\lambda)u(W+\lambda a) + \lambda u(W-(1-\lambda)a)$

$W = \lambda(W-(1-\lambda)a) + (1-\lambda)(W+\lambda a)$

$u(W) = u(\lambda(W-(1-\lambda)a) + (1-\lambda)(W+\lambda a)) > \lambda u(W-(1-\lambda)a) + (1-\lambda)u(W+\lambda a) \Rightarrow$

u je striktně konkávní funkce.

Zbytek analogicky.

Riziková prémie

Rizikově averzní investor $\Leftrightarrow$ $u(W+E\varepsilon) > Eu(W+\varepsilon)$; ε má rozdělení P_ε