KOHERENCE VaR a CVaR

$VaR_\alpha(X)$ nesplňuje SUBADITIVITU, t.j.

$$VaR_\alpha(X+Y) \not\leq VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y)$$

UKÁŽEME SI PROTIPŘÍKLAD:

UVAŽUJME TŘI SCÉNÁŘE (REALIZACE) PRO X a Y S DANÝMI PRAVDĚPODOBNOSTMI:

S	X	Y	p_s	X+Y
s_1	4	3	0,03	7
s_2	3	4	0,03	7
s_3	2	2	0,94	4

PAK: $VaR_{0,95}(X) = 3$

protože pro všechna $l \geq 3$ platí: $P(X > l) \leq 0{,}05$

zatímco pro $l < 3$ platí: $P(X > l) > 0{,}05$

Podobně $VaR_{0,95}(X) = 3$

ALE $VaR_{0,95}(X+Y) = 7$

TAKŽE $VaR_{0,95}(X+Y) = 7 > 3+3 = VaR_{0,95}(X) + VaR_{0,95}(Y)$

A JAK TO V TOMTO PŘÍKLADU VYJDE PRO CVaR?

$$CVaR_\alpha(X) = \min_{a \in R} \left\{ a + \frac{1}{1-\alpha} E(\max(0, X-a)) \right\}$$

abstrahujeme od „inf" protože min existuje

$$= \min_{a \in R} \; a + \frac{1}{0{,}05}\left[0{,}03 \cdot z_1 + 0{,}03 z_2 + 0{,}94 z_3\right]$$

s.t. $z_1 \geq 4-a$; $z_2 \geq 3-a$; $z_3 \geq 2-a$

$z_1 \geq 0$; $z_2 \geq 0$; $z_3 \geq 0$