

## Diagonalizace endomorfismu

**Úloha 1.** Endomorfismus  $\varphi$  prostoru  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  (tj. prostoru reálných polynomů stupně nejvýše 2) přiřazuje polynomu  $f(x)$  polynom

$$(x^2 - x)f(0) - 2xf'(x) + f(x + 1).$$

Najděte bázi  $C$  prostoru  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ , vůči níž má endomorfismus  $\varphi$  diagonální matici.

**Úloha 2.** Endomorfismus  $\varphi : \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  přiřazuje polynomu  $f(x)$  polynom  $f'(x^2 + 1) - f(2)$ . Najděte bázi  $C$  prostoru  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ , vůči níž má endomorfismus  $\varphi$  diagonální matici.

*Poznámka.* Nejste-li přesvědčeni o tom, že uvedená zobrazení jsou lineární, ověřte si, že

1.  $\forall f_1, f_2 \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] : \varphi(f_1 + f_2) = \varphi(f_1) + \varphi(f_2)$ ,
2.  $\forall f \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \forall a \in \mathbb{R} : \varphi(af) = a\varphi(f)$ .